MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN PARA LA ELABORACIÓN DE UN MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES

POR

JOAQUÍN BOSQUE SENDRA¹ Y ROSA C. GARCÍA²

1. Introducción

Un Modelo Digital de Elevaciones, MDE (o Modelo Digital del Terreno, MDT) representa la topografía del terreno y, con ello, facilita una información de gran utilidad práctica en la gestión o la ordenación del territorio. Su creación, sin embargo, es un proceso bastante laborioso y propenso a generar errores. Es posible utilizar dos modelos de datos para su representación digital: la matriz de alturas u organización raster, y la estructura TIN o red de triángulos irregulares.

En los dos casos, el modelo se puede generar a partir de datos puntuales de una muestra de datos repartidos aleatoriamente en el plano; otra posibilidad es recoger una muestra de las altitudes reales empleando las curvas de nivel existentes en el mapa fuente y obtener el MDE a partir de esa información.

Generalmente, a partir de los datos anteriores se debe realizar un proceso de interpolación espacial, para el cual es posible emplear procedimientos muy diferentes. El objetivo de este trabajo es comparar algunos de estos procedimientos de interpolación espacial y decidir cuál de ellos produce un Modelo digital con menos errores y más adecuado para su uso posterior: obtención de mapas de pendientes y orientaciones del terreno y otros semejantes. Los algoritmos de interpolación a

¹ Departamento de Geografía. Universidad de Alcalá de Henares.

² Oficina de Coordinación de Proyectos especiales, Ministerio del Ambiente. Venezuela.

comparar fueron seleccionados en función de los programas informáticos disponibles y a la posibilidad de comparar los resultados obtenidos con métodos simples frente a los alcanzados con un procedimiento más avanzado, como el krigeado.

Existen numerosos trabajos similares a éste que han estudiado el mismo tema, por ejemplo, en Silio (1995) y Chuvieco, Bosque y salas (1991) se pueden encontrar otros ejemplos de comparación de procedimientos de interpolación con resultados semejantes a los aquí obtenidos. En Eklundh y Martensson (1995) se discuten, de manera más general, algunos de los procedimientos disponibles para crear un MDT. Poix y Seifiha (1999), junto a una discusión de dos de los procedimientos aquí tratados (el de medias móviles y el krigeado), aportan un programa para la interpolación mediante triangulación (estructura TIN).

Por otra parte, en el volumen 2, número 2 (1998) de la revista electrónica *Journal of Geographic Information and Decision Analysis* (http://publish.uwo.ca/~jmalczew/gida_4.htm) se reúne un extenso conjunto de artículos que discuten diversos procedimientos de interpolación espacial, aplicados a diversas variables de interés ambiental, precipitaciones, temperaturas, etc. En el mismo sentido, en Ponte y Bosque (1997) se discuten las posibilidades del procedimiento del krigeado para generar, mediante interpolación, una variable de precipitación en un SIG. Una conclusión importante de muchos de estos trabajos es el interés del krigeado para resolver problemas de interpolación espacial, algo similar a lo que aquí concluimos, sin embargo, nos ha parecido de interés describir en detalles el procedimiento más adecuado para comprobar la calidad de las interpolaciones realizadas, debatiendo dos posibles opciones de selección de la muestra de puntos de control (curvas completas o vértices aleatorios de dichas curvas), ya que la elección de una u otra forma de obtener los mencionados puntos produce importantes efectos en los resultados obtenidos.

Es muy habitual la necesidad de que un investigador de un proyecto de gestión u ordenación del territorio se vea obligado a construir un Modelo digital de elevaciones por sus propios medios, por suerte los programas SIG comerciales cuentan con algunas herramientas adecuadas para conseguir este fin de modo sencillo IDRISI (tanto en su versión para el sistema operativo MS-DOS como en la versión para WINDOWS), muy difundido en la actualidad y con un precio bastante asequible, proporciona dos o tres procedimientos de interpolación espacial efi-

caces, aunque bastante sencillos. En concreto, se trata del procedimiento de las medias ponderadas por la inversa de la distancia y de la interpolación lineal entre curvas de nivel (Eastman, 1992, pp. 87-91). La finalidad de este trabajo es comparar estos dos métodos con el más complejo y difícil de aplicar de la interpolación mediante krigeado, no disponible hasta el momento en IDRISI (versión 2.1 para WINDOWS), pero sí en otros programas informáticos de fácil acceso (SURFER).

2. *Los datos de partida*

Como datos de partida se utilizaron 5 cartas topográficas a escala 1:100.000, números 6846, 6747, 6847, 6746 y 6845, correspondientes a la cuenca alta y media del río Tuy, Venezuela, editadas por el servicio Autónomo de Geografía y Cartografía Nacional de Venezuela. Estos documentos contienen las curvas de nivel maestras a intervalos de 200 metros, y las suplementarias a 40 metros.

a) Preparación de la capa curvas de nivel

La preparación de la capa de curvas de nivel se realizó a partir de los mapas topográficos citados, dibujando las curvas maestras en una base estable (papel poliéster), que evita los problemas relativos a distorsiones físicas de los mapas en soportes convencionales, debido a cambios ocasionados por la temperatura y la humedad.

El rango de trazado comprendió curvas desde los 610 metros la de menor valor, hasta 2.600 metros la de mayor valor, para un rango de 15 curvas. En las zonas de menor pendiente donde las curvas maestras aparecían con mayor separación debido a su menor densidad, fueron añadidas curvas suplementarias para aumentar la densidad de los puntos necesarios para el posterior proceso de interpolación.

b) Digitalización y edición de la capa de curvas de nivel

En esta etapa los elementos trazados sobre el documento cartográfico previamente preparado fueron digitalizados en una capa mediante

el programa PC ARC/INFO, versión 3.5. Se efectuó la digitalización manual de las curvas de nivel introduciendo el atributo de altitud de las mismas en el momento de la digitalización de cada una de las curvas.

Una vez digitalizada toda la cobertura, se procedió a su edición, efectuando la corrección de los errores que pudieron haberse cometido, tales como omisión o duplicación de alturas, líneas interrumpidas o trazadas doblemente, etc.

c) Elección del tamaño del píxel

El proceso de rasterización requerido para la inclusión de la cobertura en el programa IDRISI, requirió la definición del tamaño del píxel adecuado a la cobertura de MDE a generar. Este estuvo en relación con la escala de trabajo y de las fuentes de información.

Siendo la escala de trabajo 1:100.000, la unidad mínima cartográfica fiable, mínima longitud diferenciable, se puede estimar en 1 mm en el mapa, 100 m en la realidad, por lo que se seleccionó la resolución de 100×100 m para el píxel de la capa de curvas de nivel.

3. Los procedimientos de interpolación

La interpolación espacial se puede definir *como un procedimiento que permite calcular el valor de una variable en una posición del espacio (punto no muestral con valor estimado), conociendo los valores de esa variable en otras posiciones del espacio (puntos muestrales con valores reales)* (Bosque, 1997, p. 375).

Los procedimientos de interpolación son diferentes según se desee obtener el modelo raster o el modelo TIN, habitualmente considerado como vectorial. En nuestro caso, sólo se consideran métodos para crear un modelo raster. Dentro de estos procedimientos pueden citarse;

a) Método de interpolación lineal entre curvas de nivel

El procedimiento a partir de curvas de nivel ha sido ampliamente utilizado en el desarrollo de los MDE: Sircar y Cebrián (1990); Bosque *et al.*

(1990, pp. 250-251); Bosque (1997, pp. 384-389); Barredo (1995); Barredo y Bosque (1996). La elección de la muestra a partir de las curvas de nivel se apoya en que elementos importantes del terreno quedan explícita e implícitamente registrados en el trazado de dichas curvas, además de que se toma en cuenta regularmente toda la extensión superficial que cubriría el MDE.

Este método tiene la propiedad de ser un procedimiento progresivo, debido a que aumenta el número de curvas a medida que el terreno se hace más accidentado, haciendo constante el intervalo de altitudes a interpolar, reduciéndose el intervalo de altitudes no registradas en el intervalo fijado entre curvas de nivel.

De esta manera, tomar como fuente las curvas de nivel resulta conveniente, debido a que los cambios de densidad de muestreo ocurren con los cambios de pendiente del terreno, siendo una forma adecuada de representar la topografía del área (Bosque, 1997, p. 372).

El objetivo es pasar de los datos sobre alturas referidas a unos pocos lugares del mapa, los situados sobre las curvas de nivel, a disponer de alturas en un amplio conjunto de puntos situados en un espacio teselar.

El método de interpolación de las curvas de nivel toma como información de partida las líneas digitalizadas asociadas a sus alturas. El procedimiento consiste en encontrar dos puntos pertenecientes a dos curvas contiguas, situadas en una dirección concreta del plano, por ejemplo la norte-sur, por donde se hace pasar una línea recta que, a su vez, pasa por el punto no muestral. De esta manera, el punto no muestral (P) tiene una altura intermedia entre las de las curvas muestrales que diferirá según la dirección de la línea escogida N-S, NO-SE, NE-So. Por ello, de todas estas posibilidades se escoge la línea de máxima pendiente y con ella se calcula el valor estimado de la altura en el punto no muestral (P) (Bosque Sendra, 1997, pp. 386-387).

b) El método de las Medias Móviles con ponderación por la inversa de la distancia

En este procedimiento se espera que los puntos no muestrales tendrán altitudes semejantes a las de los puntos muestrales más próximos, y que esta semejanza disminuye con la distancia entre el punto calculado y el punto muestral.

En el método de las Medias Móviles se trata de seleccionar en torno a cada punto estimado, una serie de puntos muestrales y obtener la media aritmética de sus alturas, ponderando sus valores por un factor inversamente proporcional a la distancia entre cada punto muestral considerado y el punto no muestral, del cual se está calculando la altura. la fórmula de su expresión es la siguiente (Bosque, 1997, p. 378).

$$Z_i = \sum_j \frac{Z_j \cdot W_{ij}}{\sum_j W_{ij}} \quad (1)$$

donde:

Z_i es la altura estimada en el punto no muestral i .

W_{ij} es un factor de ponderación en función del inverso de la distancia (entre el punto estimado i y el punto muestral j , d_{ij}), que actúa sobre el valor de la altura en cada punto muestral j , normalmente de este tipo:

$$W_{ij} = \sum_i \frac{1}{D_{ij}^2}$$

Z_j , altura observada (real) en el punto muestral j .

Σ , el sumatorio se efectúa para todos los m puntos integrados en la vecindad de i , definida de modo arbitrario por el usuario.

Una condición previa de este procedimiento, y del siguiente, es que los datos de las curvas de nivel se transfieran a una capa de puntos, esto se consigue extrayendo los vértices que definen las curvas de nivel y creando con ellos una capa de punto, cada uno de los cuales lleva asignada la altitud de la curva de nivel a la que pertenece.

c) Métodos de interpolación que analizan la autocorrelación espacial de la variable

Entre ellos destaca el kriging, que utiliza el variograma para realizar el análisis previo de la autocorrelación espacial de la variable (Sampér y Carrere, 1990); Matheron, 1962).

La interpolación espacial realizada con el krigado se obtiene mediante una combinación lineal ponderada de los valores de la altura (Z) en los puntos muestrales, por lo que puede considerarse como una variante del método de las medias móviles ponderadas, la diferencia entre ambos estriba en la forma como se obtienen las ponderaciones W_{ij} , en esta ocasión calculadas de modo «óptimo», en el sentido de aprovechar la información sobre la estructura y la distribución espacial de la variable altitud, conseguida mediante el variograma.

El procedimiento seguido en la interpolación utilizando el método del krigado se basa en las siguientes etapas (Bosque, 1997, p. 382).

1. Se obtiene primeramente el variograma, que es un gráfico de dispersión que relaciona dos conceptos. En el eje X , la distancia (h), entre puntos muestrales en una dirección concreta del plano, y en el eje (Y), una medida de la variabilidad: $\gamma(h)$, de la altura (Z) en el conjunto de puntos muestrales que están separados un valor concreto (h) de la distancia. Este gráfico permite determinar la extensión, en torno a cada punto, en la que existe autocorrelación espacial en la variable altitud.

2. Una vez hallado el variograma empírico de la variable a interpolar se calcula una función matemática que ajusta de modo adecuado ese variograma: $\gamma(h)$, función que puede ser esférica, exponencial o lineal y cuyos parámetros, alcance espacial y meseta se deben especificar.

3. Con este variograma teórico se puede proceder a calcular las ponderaciones W_{ij} , tal y como lo demuestra la teoría de las variables regionalizadas de Matheron (1962).

4. Las ponderaciones así obtenidas son diferentes para cada punto calculado y, por lo tanto, en cada uno de ellos es preciso resolver una ecuación matricial y calcular la matriz de soluciones W , que es específica para cada punto interpolado. Esto supone que el uso del krigado implica una laboriosa tarea de operaciones y cálculos.

5. Una vez calculadas las ponderaciones de cada lugar, se puede obtener la interpolación en ese punto mediante la ecuación:

$$Z_i = \sum_j W_{ij} \cdot Z_j \quad (2)$$

siendo W_{ij} la matriz de ponderaciones calculada para el punto de cálculo i y Z_j el valor de la altura en el punto de la muestra j .

Un aspecto que puede ser de importancia es que el krigado permite conocer la distribución espacial de los errores del proceso de inter-

polación, cuestión que no está al alcance de los otros dos métodos (Fisher, 1998).

Los dos métodos primeros mencionados están incluidos, como ya hemos indicado, en el programa IDRISI, el tercero, por el contrario, no lo está (en la versión utilizada en este caso la número 2 de IDRISI para WINDOWS), pero existen programas de fácil acceso para su utilización: VARIOWIN (para obtención de los variogramas experimental y teórico) y SURFER (www.goldensoftware.com, para la interpolación con el krigeado).

4. Validación de la calidad del modelo obtenido

Para poder medir la calidad del modelo digital del terreno generado en cada proceso de interpolación es necesario disponer de datos que muestren las verdaderas alturas del terreno en una muestra de puntos testigo o de control. En nuestro caso, no disponíamos de esa información, por lo que nos vimos obligados a dividir los datos de entrada en dos grupos desiguales: por un lado, el mayor conjunto de las curvas de nivel se usarían para realizar la interpolación, por otra parte, un pequeño subconjunto de las líneas se reservaría para comprobar el nivel de error y la calidad de la interpolación. Este subconjunto lo denominamos muestra testigo.

La muestra testigo puede ser seleccionada de varias formas diferentes, la más simple es la elección de algunas curvas de nivel completas, de modo que los errores (las diferencias entre las alturas interpoladas y las alturas reales) se sitúan a lo largo de estas curvas. Esta solución se mostró muy poco adecuada, dado que se retiraba una curva completa de los cálculos para las interpolaciones, como resultado los tres métodos aquí utilizados calculaba, en estas zonas, valores muy diferentes a los reales, en gran medida por la gran extensión espacial de falta de información, derivada de usar la curva completa como control. Por ello, se optó por seleccionar la muestra testigo mediante puntos aislados situados en diferentes curvas de nivel. De este modo, la falta de información se reparte por muchos lugares y no provoca una concentración de ella y, por lo tanto, un aumento artificial de los errores. Se optó, por lo tanto, por el cálculo de una muestra bajo la pauta del **Muestreo Aleatorio Simple** y con un tamaño calculado a partir de la ecuación (3) (Eastman *et al.*, 1993, p. 15), la cual está en función del Error

Cuadrático Medio (ECM) esperado de los datos (*Root mean Square*, siglas en inglés *RMS*); el nivel de confianza y de precisión deseados para el cálculo del RMS final, pero debido a que estos valores no se conocen previamente, se realiza una primera aproximación a los mismos.

$$n = Z^2 \cdot RMS^2 / 2 \cdot e^2 \quad (3)$$

donde:

n = Tamaño de la muestra.

Z = Nivel de confianza asumiendo una distribución normal de los datos.

RMS = Error cuadrático medio esperado.

e = Intervalo de confianza.

Considerando la ecuación anterior, fueron establecidos los siguientes parámetros para el tamaño de la muestra a emplear: nivel de confianza (Z): 90%, que bajo una curva normal establece una desviación de 1,645; un RMS de 60 metros, el cual debe estar por encima del RMS final, lo que asegura un tamaño de muestra representativo de la variable estudiada, y un intervalo de confianza de ± 5 para el RMS final calculado. Con estos parámetros el tamaño de la muestra final es de 195 puntos, número de puntos de control que se empleará para la comprobación del nivel de calidad de las interpolaciones realizadas.

Con el tamaño de muestra establecido y el método aleatorio simple para la selección de la muestra se asegura que todos los puntos a verificar tengan la misma probabilidad de ser seleccionados, y que la elección de uno no influya en la del siguiente, además de que este método de muestreo, debido a su carácter probabilístico, es el más sólido estadísticamente (Chuvieco, 1990, p. 383).

5. *Generación del MDE con el método de la interpolación lineal entre curvas de nivel: orden INTERCON de IDRISI para WINDOWS (versión 2.1)*

Los datos de partida fueron las curvas de nivel, con la excepción de la muestra de punto testigo extraída para el control de calidad de la interpolación.

Obtenido el resultado con la orden INTERCON de IDRISI, seguidamente se le aplicó un filtro de paso bajo para suavizar la representación final de la topografía, obteniéndose un resultado visualmente más adecuado a la realidad. Se consiguió con ello mejorar los aspectos visuales relativos al relieve del área. A continuación se procedió a la etapa de validación del modelo.

Para la posterior comprobación es necesario tener un archivo de valores de las altitudes calculadas, el cual se obtuvo utilizando la orden *EXTRACT* del programa IDRISI, para obtener los valores de alturas interpoladas correspondientes a los puntos de control. La fase de validación permitirá conocer el error medio general del resultado de la interpolación, el cual será indicativo de la precisión en la representación de las altitudes en todo el modelo. Las diferencias entre los valores reales y los interpolados permiten conocer el error cuadrático medio RMS, *en esencia el RMS es la desviación estándar de un conjunto de medidas donde se asume que la media es exactamente igual al valor verdadero* (Eastman *et al.*, 1993, p. 13), y se determina mediante la ecuación siguiente:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum (X_i - t)^2}{n}} \quad (4)$$

donde:

X_i = Valor interpolado.

t = Valor real.

n = Número de puntos muestrales.

El *RMS* es el parámetro establecido para medir la precisión de este tipo de modelo (Eastman *et al.*, 1993, p. 13; Felicísimo, 1994, p. 66). Como referencia comparativa para estimar dicha precisión, se han establecido una serie de rangos de exactitud para la aceptación o rechazo de un MDE. De acuerdo a lo presentado por Barredo y Bosque (1996), el Servicio Geológico de los Estados Unidos (*United States geological Survey, USGS*), establece un *RMS* entre 7 y 65 metros para escalas de 1:24.000 hasta 1:250.000 respectivamente, con errores máximos admisibles que varían según la escala y el intervalo de curvas de nivel del mapa fuente (Elassal y Caruso, 1983). En concreto se ha planteado

como un error admisible para una escala de 1:100.000 los 28 metros, aunque esto también puede verse afectado por la separación entre las curvas de nivel empleadas como fuente de datos para la interpolación espacial.

Por otra parte, las Normas Británicas de calidad para Modelos Digitales de Elevaciones establecen un error vertical en metros dividido en dos clases: para tamaño de píxel de 100 metros, la clase de calidad 1 indica que el 90% de los puntos debe tener un error inferior a 30 metros; mientras que para la clase calidad 2 indica que, para el mismo tamaño de píxel, el 90% de los puntos debe tener un error inferior a 50 metros.

A partir de la muestra de altitudes, se llevó a cabo el cálculo del *RMS* según la ecuación anterior, obteniéndose un valor de 41,50 metros para la interpolación realizada con *INTERCON* (véase cuadro 2). Teniendo en cuenta que la escala de trabajo es 1:100.000 y las curvas maestras están separadas cada 200 metros, puede establecerse que la fiabilidad del MDE generado con el comando *INTERCON* de *IDRISI* es relativamente aceptable según los parámetros de *RMS* y las normas de calidad mencionadas, aunque supera la cifra de 28 metros de error cuadrático medio.

6. *Generación del MDE con el método del krigado*

Es necesario considerar que *IDRISI* (en su versión para *WINDOWS* ver. 2.1) no cuenta con capacidad de análisis del krigado, por ello es necesario utilizar otro tipo de software complementario, en concreto *VARIOWIN* para establecer el variograma empírico y teórico de los datos y *SURFER* para calcular la interpolación por krigado.

Para la elaboración de este MDE fue necesario la selección de una muestra de puntos diferente a la calculada en el proceso anterior. Se debe esto a que el programa *VAROWIN* soporta un número limitado de puntos, alrededor de 1.400, para efectuar el proceso de elaboración del variograma que constituye un paso previo al cálculo del MDE por el método del krigado. Para la selección de esta muestra, únicamente empleada en la obtención del variograma, fue aplicado el método aleatorio simple, con un tamaño de 1.400 puntos. Estos datos fueron transferidos al programa *VAROWIN*. En este programa se obtuvieron tres variogramas: uno omnidireccional, otro en sentido norte-sur y un tercero en sentido este-oeste. Estos tres variogramas fueron producidos para observar

la variación del relieve del área de estudio. Los resultados de los tres variogramas se muestran en el cuadro 1.

Es importante indicar que la obligación de usar una muestra de sólo 1.400 puntos para obtener el variograma, forzada por las limitaciones del programa empleado en la obtención de este estadístico, sólo puede empeorar los resultados del proceso de interpolación con krigeado. Seguramente, de poder utilizar todos los vértices de las curvas de nivel para determinar los variogramas, éstos serían más correctos y, por lo tanto, finalmente, la interpolación con este método mejoraría. De modo que lo aquí mostrado es sólo el límite inferior de las posibilidades de este procedimiento.

Revisados los variogramas producidos y el variograma teórico de auste, fue aceptado el elaborado para la dirección N-S debido a que presentó un mejor resultado en función del nivel de error entre el variograma observado y el teórico. Los otros dos variogramas fueron rechazados por no lograrse un ajuste apropiado entre el variograma empírico y el teórico. La selección del variograma más adecuado es un punto crucial de este procedimiento y, habitualmente, necesita de una amplia experiencia en la realización de este tipo de análisis y de buenos instrumentos para el ajuste de las curvas teóricas a los datos empíricos.

Para poder llevar a cabo la interpolación, los datos de los vértices de las curvas de nivel fueron exportados al programa SURFER versión 6, en el cual es posible definir los parámetros del variograma teórico escogido (valor de la meseta y del alcance espacial) y, con ellos así definidos, este programa realiza los cálculos de interpolación en todas las celdas de la rejilla raster. La interpolación así conseguida fue llevada al programa IDRISI para comprobación y verificación. Como en el caso anterior se compararon los valores reales y los calculados en la muestra de puntos

CUADRO 1
PARÁMETROS DE LOS VARIOGRAMAS CALCULADOS

<i>Parámetros</i>	<i>Omnidireccional</i>	<i>Norte-Sur</i>	<i>Este-Oeste</i>
Modelo teórico	Esférico	Potencia	Esférico
Alcance espacial	35.340 m	Exponente: 1,05	39.524 m
Meseta	200.000	Pendiente: 2,45	200.000
Nivel de error del ajuste	0,0119	0,00615	0,0339

CUADRO 2
ERRORES DE LOS DIFERENTES MODELOS DIGITALES
DE ELEVACIONES

<i>MDE</i>	<i>Muestra</i>	<i>RMS</i>
INTERPOL	195	69,00
INTERCON	195	41,50
KRIGEADO	195	32,02

testigo (del mismo tamaño que en los casos anteriores), obteniendo un *RMS* por valor de 32,02 m (mucho más cercano a los 28 m fijados como aceptables) y, además, para confirmar mejor aún lo adecuado de este valor, se comprobó que el 95% de los puntos de control tenían un error inferior a 50 m, por lo que se consideró que cumple bastante mejor con las normas de calidad tanto del *USGS*, como de las Normas Británicas. En resumen, el resultado obtenido resulta mucho mejor que el producido por el método *INTERCON* (véase cuadro 2).

7. *Generación del MDE con el método de las medias móviles, orden INTERPOL de IDRISI para WINDOWS*

El tercer método de interpolación utilizado fue el de las medias móviles (comando INTERPOL de IDRISI para WINDOWS ver. 2.1), que se basa en un algoritmo que emplea las medias móviles ponderadas por la inversa de la distancia, utilizando los seis puntos muestrales más próximos a cada punto estimado para realizar la media ponderada de las altitudes.

Como en los casos anteriores se obtuvo su error cuadrático medio, que se muestra en la cuadro 2, junto al de las interpolaciones anteriores. Es bastante mayor que el de los otros procedimientos, lo que contrasta con la calidad de los resultados obtenidos con este procedimiento en otras ocasiones (Ponte y Bosque, 1997). La causa puede estar en que, en esta ocasión, el número de puntos utilizados es muy importante (todos los vértices de las curvas de nivel), lo que facilita que el procedimiento del krigeado pueda funcionar muy bien (el variograma puede captar me-

jor la estructura espacial de la variable y la interpolación utiliza muchas influencias procedentes de diversas partes del entorno de cada píxel, lo que matiza mucho la altitud interpolada), mejorando de este modo sensiblemente sus resultados y superando con claridad al de las medias móviles.

Es muy claro que el menor error presentado corresponde a la interpolación basada en el *krigeado*. Sin embargo, aunque pueda darse como relativamente aceptable según las normas el *USGS*, y las Normas Británicas, es un valor bastante alto. Para investigaciones de mayor exactitud es conveniente tomar en cuenta los efectos de propagación del error en el MDE, donde se deberá incorporar, por ejemplo, la dependencia entre el error y el relieve, tomando así en cuenta el fenómeno de autocorrelación espacial y el método de interpolación, en adición con el error producido al generar otras capas de información que se procesen para la obtención de un resultado de ordenación o gestión territorial.

8. *Ventajas comparativas de los diversos procedimientos y conclusiones*

1.^a La selección de curvas de nivel completas para crear la muestra de puntos testigo no constituye un método adecuado para esta tarea debido a que produce una significativa acumulación de los errores.

2.^a La obtención de una muestra de puntos (mediante un muestreo aleatorio simple), resulta ser un método válido para la extracción de puntos de control, debido a que no existe un patrón regulador condicionante, todos los puntos tienen la misma probabilidad de ser elegidos dentro de la muestra y tiende a cubrir toda el área de trabajo.

3.^a En este caso, como en muchos otros documentados en la literatura, el método de interpolación del *krigeado* produce estimaciones mejores que las logras por los otros dos procedimientos. Así ocurre en concreto (véase cuadro 2) con las diferencias entre los valores reales y estimados, es decir, el *RMS* obtenido; por lo que podemos confirmarlo como un método adecuado de interpolación a pesar de los extensos cálculos que ello requiere. Esta circunstancia debe estar en el origen, junto a otras razones diferentes, de la tendencia reciente a incluir estos procedimientos en las nuevas versiones de muchos programas comerciales SIG, por ejemplo en IDRISI 32 y ARCINFO 8.

4.^a El módulo *INTERCON* de Idrisi produce buenos resultados pero, en algunas zonas (efectos estrella que no pudieron evitarse), refleja la búsqueda de direcciones durante el proceso de interpolación, siendo aceptable el resultado en áreas con densidad alta de curvas de nivel, presentando, en general, una correcta representación visual del relieve existente.

5.^a El método de interpolación que utiliza *INTERPOL*, también del programa IDRISI, produce peores resultados que los generados con el método de *INTERCON* y el *krigeado*. Y resulta, por lo tanto, el peor de los procedimientos puestos a prueba en este trabajo. Una posible razón de ello estriba en el número muy importante de puntos muestrales, que favorece más al método del *krigeado*.

BIBLIOGRAFÍA

- BARREDO, J. I. (1995): *Aplicación de técnicas de análisis espacial integrando evaluación multi-criterio y Sistemas de información geográfica para la realización de estudios de localización/asignación de actividades*. Tesis doctoral. Universidad de Alcalá. Texto mecanografiado.
- BARREDO, J. I. y BOSQUE, J. (1996): «Delimitación de unidades homogéneas del relieve a partir de un modelo digital de elevaciones», *Estudios geográficos*, n.º 225, 1996, pp. 615-643.
- BOSQUE, J. (1997): *Sistemas de Información geográfica*. Ediciones Rialp, Madrid, 1997, 2.^a edición corregida, 452 pp.
- BOSQUE SENDRA, J., DOMÍNGUEZ BRAVO, J. y VEGA FUENTES, J. (1990): «Generación de un Modelo Topográfico Digital para la ciudad de Granada: problemas y soluciones con el programa IDRISI», en *Actas del IV Coloquio de Geografía cuantitativa*. Palma de Mallorca, A.G.E., pp. 97-110.
- CHUVIECO SALINERO, E. (1990): *Fundamentos de teledetección espacial*. Madrid, Ed. Rial, 453 pp.
- CHUVIECO SALINERO, E.; BOSQUE SENDRA, J. y SALAS, J. (1991): «An evaluation of interpolation methods to generate elevation data», en *EGIS' 91, Proceedings*. Utrecht, EGIS Foundation, p. 1309.
- EASTMAN, J. R. (1992): *IDRISI. Versión 4.0. Technical Reference*. Worcester, Ma., Clark University, 213 pp., Eastman.
- EASTMAN, R.; KYEN, P.; TOLEDADO, J.; JIN, W. (1993): *GIS and decision making. Exploration en Geographic Information Systems Technology*. Vol. 4, Unitar, Geneva, Switzerland, pp. 110.
- EKLUNDH, L.; MARTENSSON, U. (1995): «Rapid generation of digital elevation models from topographic maps», *International Journal of Geographical Information Systems*. 1995, 9(3), pp. 329-340.
- ELASSAL, A. y CARUSO, V. (1983): *USGS Digital cartographic data standards: digital elevations models*. United states geological Survey, national Mapping Program, circular 895-B.
- FELICÍSIMO, A. (1994): *Modelos Digitales del Terreno. Introducción y aplicaciones en las*

- Ciencias ambientales*. Oviedo, Pentalfa, 222 pp.
- FISHER, P. (1998): «Improved modeling of elevation error with Geostatistics», *GeoInformatica*. 1998, 2(3): 215-233.
- MATHERON, G. (1962): *Traité de Géostatistique appliquée*. París, Editions Technip, 333 pp.
- POIX, C. y SEFIHA, E. (1999): «GenMNT. Un outil simple pour la generation de modeles numeriques de terrains», *CyberHeo* (<http://www.cybergeopresse.fr>).
- PONTE RAMÍREZ, R. y BOSQUE SENDRA, J. (1997): «Comparación de métodos de cálculo para la obtención de la variable precipitación en un sistema de información geográfica», *Estudios geográficos*, 1997, t. LVII, n.º 227, p. 227-255.
- SAMPER, J. F. y CARRERA, J. (1990): *Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología subterránea*. Barcelona, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 484 pp.
- SILÍO CERVERA, F. (1995): «Contrastación métrica de distintos métodos de interpolación numérica de modelos digitales del terreno en área de montaña. cabecera del río Deva, Liébana, Cantabria», en *Cambios regionales a finales del siglo XX*. XIV Congreso Nacional de Geografía, Salamanca, AGE/Universidad de Salamanca, pp. 466-470.
- SIRCAR, J. K. y CEBRIÁN, J. A. (1990): «Creación de Modelos Topográficos Digitales a partir de curvas de nivel rasterizadas», *Anales de Geografía de la Universidad Complutense*, n.º 10, pp. 13-36.

RESUMEN: Se comparan tres métodos de interpolación espacial disponibles todos ellos en programas SIG de precio reducido y de fácil acceso. El procedimiento que produce un error cuadrático medio y un MDT de mejor calidad es el procedimiento del krigado. La zona de estudio es una parte de la cuenca del río Tuy en Venezuela. Los datos de partida son las curvas de nivel digitalizadas de un mapa a escala 1:100.000.

PALABRAS CLAVE: Modelo Digital de Elevaciones, Prueba de métodos de interpolación.

ABSTRACT: This work compares three spatial interpolation methods which are available into inexpensive and accessible GIS programs. The lowest mean quadratic error and highest quality MDT is provided by the kriging procedure. The three methods have been tested with the data of a region of the Tuy watershed river at Venezuela. The starting data are digitalized contours of a map (scale 1:100.000).

KEY WORDS: Digital Elevation Model. Comparison of interpolation Methods, Kriging.