

# APLICACIÓN DE CADENAS DE MARKOV AL ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CENTRALIDAD EN UN SISTEMA DE TRANSPORTE

POR

JUAN CÓRDOBA Y ORDÓÑEZ

Y

JAVIER ANTÓN BURGOS

*Consideraciones sobre la naturaleza y previsión del tráfico aéreo y sobre la centralidad en el sistema de transporte*

i) La previsión del tráfico es una de las principales preocupaciones de las empresas de transporte aéreo puesto que sus beneficios de explotación dependen de unos coeficientes de ocupación satisfactorios. El tráfico aéreo de viajeros, como otras modalidades de tráfico, depende de factores estacionales y coyunturales, así como de una amplia serie de fenómenos de carácter aleatorio difícilmente predecibles debido a su naturaleza psicosocial.<sup>1</sup>

Juan Córdoba Ordóñez y Javier Antón Burgos. Departamento de Geografía Regional. Universidad Complutense. Madrid.

---

<sup>1</sup> Este artículo debe ser la introducción de otro en el que se consideran datos reales y forma parte de la sección metodológica de un programa de investigación denominado *Transporte aéreo y organización funcional del espacio en la Comunidad Económica Europea* que subvenciona el Vicerrectorado de Investigación de la Universidad Complutense. Participan en este programa, además de los autores señalados, los doctores J. M. Vegas, J. M. Mascareñas, J. Muñoz, J. A. Sotelo y J. M. García Alvarado, a quienes agradecemos la colaboración que han prestado en diferentes etapas del trabajo.

La naturaleza del tráfico aéreo, por su parte, es también muy compleja y difícil de predecir, en parte porque ella misma es estacional, coyuntural y aleatoria, y en parte porque el transporte aéreo sigue dependiendo de una clientela selectiva. La pregunta ¿cuántos viajan? parece tener fácil resolución: depende de los que haya; pero esto no es cierto y solamente muy a grandes rasgos podría establecerse una correlación directa entre el volumen de población y el tráfico aéreo.

Además de todos los factores enunciados, en la previsión del tráfico aéreo deben intervenir otros como las características socio-económicas de la población, la naturaleza de la relación de discontinuidad que se salva, la distancia (medida de diversas maneras) e incluso la localización geográfica de los puntos entre los que se establece el tráfico. Uno de estos factores es la centralidad.

ii) ¿Por qué este interés en la centralidad? Ante todo, porque en el sistema de relaciones, la centralidad es una cualidad inmanente del espacio. Pero también debido a nuestro conocimiento empírico del sistema de transporte aéreo español y particularmente del caso de Madrid (J. Córdoba, 1981a y 1981b; J. Antón, 1990): Madrid-Barajas es el centro rector del sistema aeroportuario español, hecho en el que confluyen como factores determinantes no sólo la población y las funciones de la ciudad —sobre todo la capitalidad—, sino también la privilegiada situación geográfica del aeropuerto en el contexto del sistema aéreo español y mundial.

La centralidad puede concebirse como una doble cualidad topológica.

Es, en primer lugar, la situación geométrica de un punto dentro de un sistema de relaciones, concepto elemental en el que, por ejemplo, dado el sistema A, el punto  $A_2$  sería su centro porque es equidistante en la recta que une los puntos  $A_1$  y  $A_3$ . También en los sistemas B y C, aunque los puntos  $B_2$  y  $C_2$  no son ya el centro geométrico, sí ocupan la situación *más central* porque sigue siendo necesario pasar por ellos, desplazarse entre los otros dos puntos del sistema (figura 1).

La centralidad es, en segundo lugar y es éste el aspecto que más nos interesa ahora, la capacidad que tiene un punto para atraer mayor número de elementos de un sistema que otro punto cualquiera. Dados los tres sistemas anteriores, A, B y C, el punto central siempre es el 2, porque es el que tiene mayor capacidad de conexión. En el sistema D,

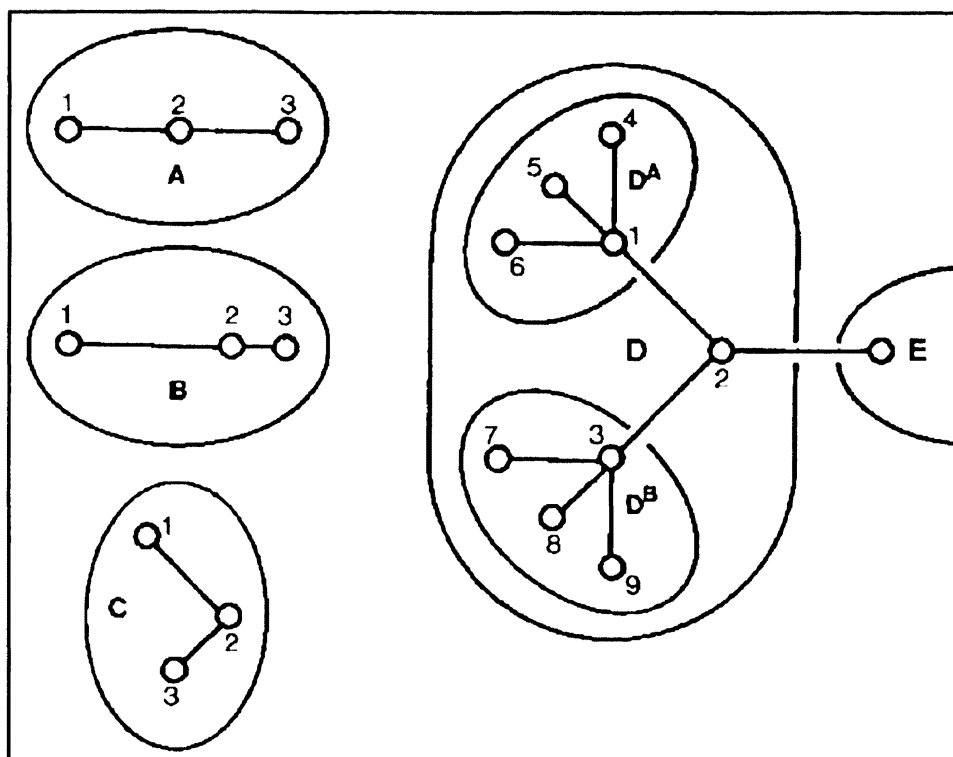


FIGURA 1.—Centralidad geométrica y centralidad dinámica

sin embargo, el punto  $D_2$  no es ya el centro principal porque tanto  $D_1$  como  $D_3$  tienen mayor capacidad de conexión que él; en la realidad se aprecia, no obstante, que esta mayor capacidad de conexión es sólo de ámbito local (subsistemas  $D^A$  y  $D^B$ ) porque el punto  $D_2$  sigue siendo imprescindible para la interconexión completa del sistema y para la conexión del sistema D con el sistema exterior E, de forma que el punto  $D_2$  se revela dotado de una centralidad absoluta para esta última relación: cualquier pasajero que pretenda alcanzar el sistema E a partir de cualquier punto del sistema D está obligado a pasar por  $D_2$ .

El último caso descrito nos acerca mucho más al análisis real del sistema de transporte donde el estudio de los flujos, es decir, la dinámica del sistema, debe interesar siempre más que la mera descripción topológica de la red. Por desgracia, muchos análisis de transporte realizados desde la perspectiva geográfica se limitan a estas descripciones sin llegar a la verdadera interconexión que existe entre todos los elementos del sistema.

*Consideraciones sobre la utilización de modelos en el análisis del transporte y sobre la utilidad de las cadenas de Markov*

i) Un modelo es una simplificación de la realidad por abstracción de algunos y, a veces, de muchos de sus componentes (R. L. Ackoff, 1960). Sabemos que la realidad es demasiado compleja para explicarla en su totalidad de forma satisfactoria, pero existe una parte, tal vez muy pequeña, de ella que puede captarse aplicando a nuestro conocimiento empírico criterios correctores que nos alejen —nunca en exceso— del subjetivismo cualitativo. Es sobre todo en esta pequeña parte explicable de la realidad donde son válidos algunos modelos, porque nada es más útil para conocer algo complejo que el análisis, es decir, la separación y estudio aislado de las partes para, en una segunda fase, estudiar las interrelaciones entre esos elementos aislados y las modificaciones que experimenta su comportamiento individual cuando están en relación con otros.

Ahora bien, desde el punto de vista geográfico, no todos los modelos son válidos ni aplicables. Es frecuente, sobre todo en geografía y en sociología urbanas, que se elaboren modelos partiendo de premisas que quieren explicar hechos demasiado concretos; cuando se extrapolan estos modelos a otros espacios o sistemas, son necesarias tantas modificaciones que rara vez se reconoce el modelo primitivo y, en consecuencia, éste pierde su universalidad.

Por otro lado, ni todos los hechos ni todos los espacios se prestan en igualdad de condiciones a la simplificación que exigen los modelos. Una cosa es abstraer hechos para simplificar la realidad, otra muy distinta es prescindir de la realidad para justificar una teoría. ¿Cómo se puede defender una llanura isotrópica en un modelo-base de transporte terrestre? Prescindir de mares y de continentes, de montañas y de ríos y hasta de la propia distribución del hábitat, ¿no es una abstracción excesiva que priva al transporte de su propia esencia, la solución de discontinuidades? Probablemente si no existieran impedimentos físicos, el hábitat sería ubicuo y, en consecuencia, el sistema de transporte muy diferente del que conocemos.

ii) Las cadenas de Markov son un instrumento metodológico que sirve para el análisis de procesos iterativos, es decir, un método digno de interés en muchos estudios que se preocupan del movimiento, y

sobre todo cuando interviene en este movimiento algún componente de naturaleza constante. No entraremos aquí en la explicación detallada del método ni de sus propiedades, porque existen trabajos, señalados en la bibliografía, que se ocupan de ello y a los que puede acudir el lector interesado.

Las cadenas de Markov se han utilizado tradicionalmente en el campo de la Economía para estudios de mercado (F. M. Bass et al., 1961) y son un método de trabajo usual en la investigación operativa de sistemas (R. J. Thierauf y R. A. Grosse, 1972). En el campo de la Geografía se introducen con la *revolución cuantitativa*, recibiendo el respaldo de manuales consagrados (D. Harvey, 1967 y F. E. I. Hamilton, 1967) y aplicándose en principio a procesos de difusión (L. Brown, 1964 y W. A. V. Clarck, 1965). El campo de experimentación más amplio se ha dado, sin embargo, en los estudios de población (A. Rogers, 1968; P. A. Compton, 1969; L. A. Brown y D. B. Longbrake, 1970) y, sobre todo, probablemente por analogía con los estudios de economía, en los estudios de Geografía industrial (W. F. Lever, 1972; L. Collins, 1972), siendo paradójicamente menor su experimentación en la delimitación de regiones funcionales (J. Córdoba et al., 1986) o en el análisis de flujos (J. M. Besehers y E. O. Laumann, 1967; C. D. Morley y J. B. Thornes, 1972). Aquí proponemos su utilidad en el análisis de la centralidad dinámica antes enunciada, así como en la predicción de modificaciones en el tráfico debidas a modificaciones en la centralidad por competencia.

La hipótesis de trabajo podría plantearse de forma muy sencilla: *en un sistema (en una red de transporte aéreo), el valor de uno de sus elementos (el tráfico de un aeropuerto) que estructuralmente permanece inmutable (que no conoce alteraciones en sus líneas de relación ni en sus frecuencias) puede verse alterado (puede conocer aumento o disminución) debido a factores ajenos a él y que alteran el funcionamiento global del sistema (por apertura o cierre de líneas entre otros puntos de la red); las cadenas de Markov son un método adecuado para analizar estos procesos.*

*Análisis de un ejemplo hipotético de red:  
descripción, aclaraciones y supuestos*

Proponemos experimentar las cadenas de Markov sobre la evolución

de una red interior de transporte aéreo (S) conectada con un sistema exterior (T), siendo el objetivo esencial la evaluación de los cambios que experimenta la centralidad de los aeropuertos. El tráfico aéreo, en lugar de ser indiscriminado como ocurre en la realidad, obedece a un hipotético móvil único: la evacuación de la población del sistema hacia el exterior.

Para los siguientes apartados, el lector deberá apoyarse en estas aclaraciones:

1) Existen dos sistemas, el interior (S) y el exterior (T), que podrían identificarse el primero con el sistema español y el segundo con un simple aeropuerto del extranjero o con todos los aeropuertos extranjeros comunicados con el sistema español.

2) La red de transporte se expresa topológicamente por medio de un grafo (G) en distintos momentos o grados de evolución ( $G^1, G^2, \dots, G^{10}$ ), análisis diacrónico pero que no implica, como veremos, una sucesión estricta (figuras 2, 3, 4 y 5). Estos momentos, identificados con un superíndice, son cambios a medio plazo (uno a cinco años) que no deben confundirse con otros cambios a muy corto plazo, señalados con subíndices ( ${}_1G^1$ , por ejemplo), que expresan tránsitos matriciales (dinámica instantánea del sistema) y a los que aludiremos más adelante.

3) La red de transporte está formada en todo momento por el mismo número de nodos (N) pero las relaciones entre ellos (V) varían siempre incrementándose, nunca disminuyendo, ni desapareciendo, ni alterando el valor de las frecuencias de relación entre pares de nodos ( $F_{ij}$ ) una vez establecidas.

4) El sistema S está formado por 20 nodos ( $n_1, n_2 \dots n_{20}$ ) y el sistema T por un solo nodo. Lo que aquí se denomina nodos, término que es preferible al de aeropuerto o nudo, suele denominarse «estados» en los análisis de Markov y «elementos» en el análisis de sistemas.

5) Tanto el sistema S como el T, están formados, además, por el conjunto de relaciones (V) que se establecen entre pares de nodos, por ejemplo,  $v_{1,2}, v_{1,3}$ , etc., en términos generales por el conjunto de relaciones  $v_{ij}$ .

Pueden establecerse, en consecuencia y de momento, las siguientes relaciones:

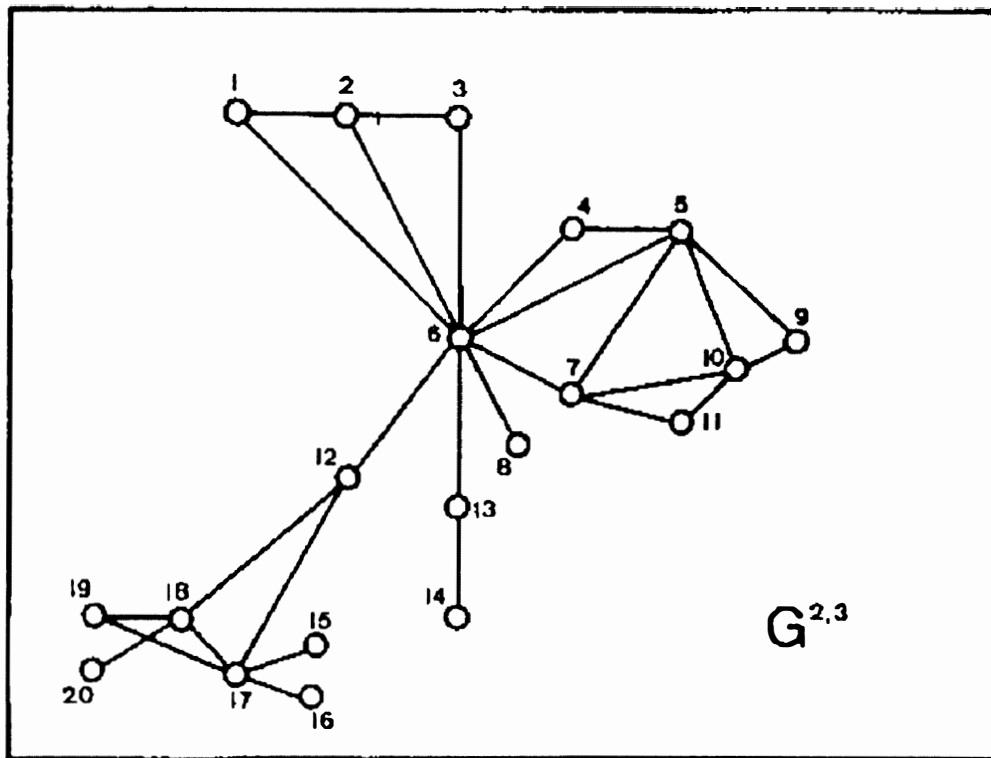
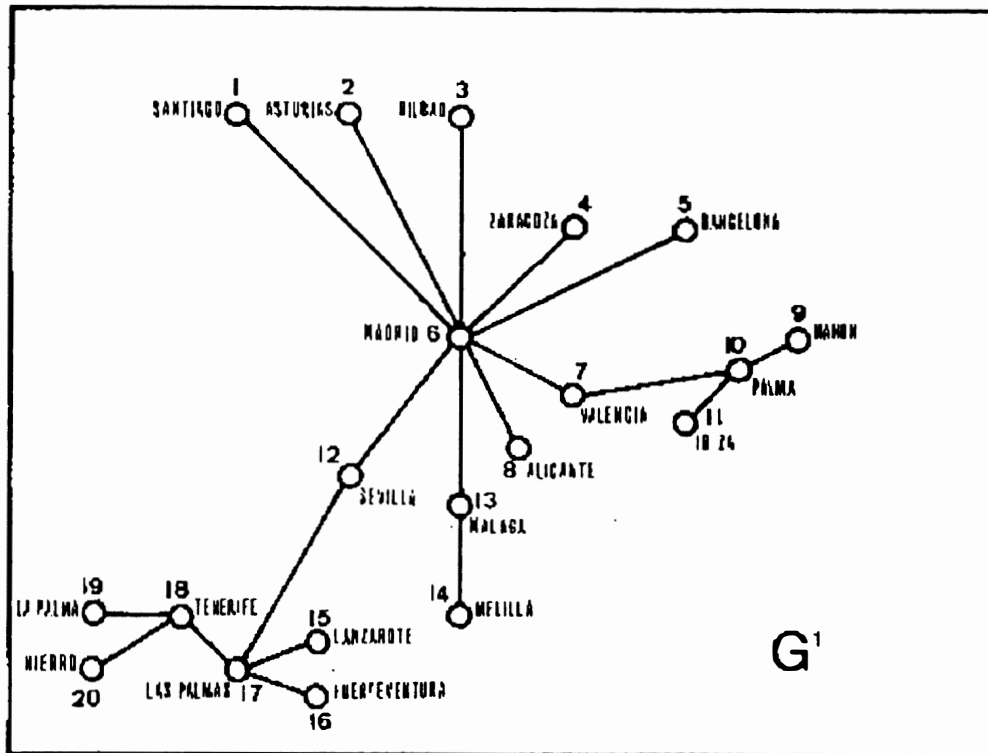


FIGURA 2 (arriba).—La red en el momento  $G^1$ . FIGURA 3 (abajo).—La red en los momentos  $G^2$  y  $G^3$

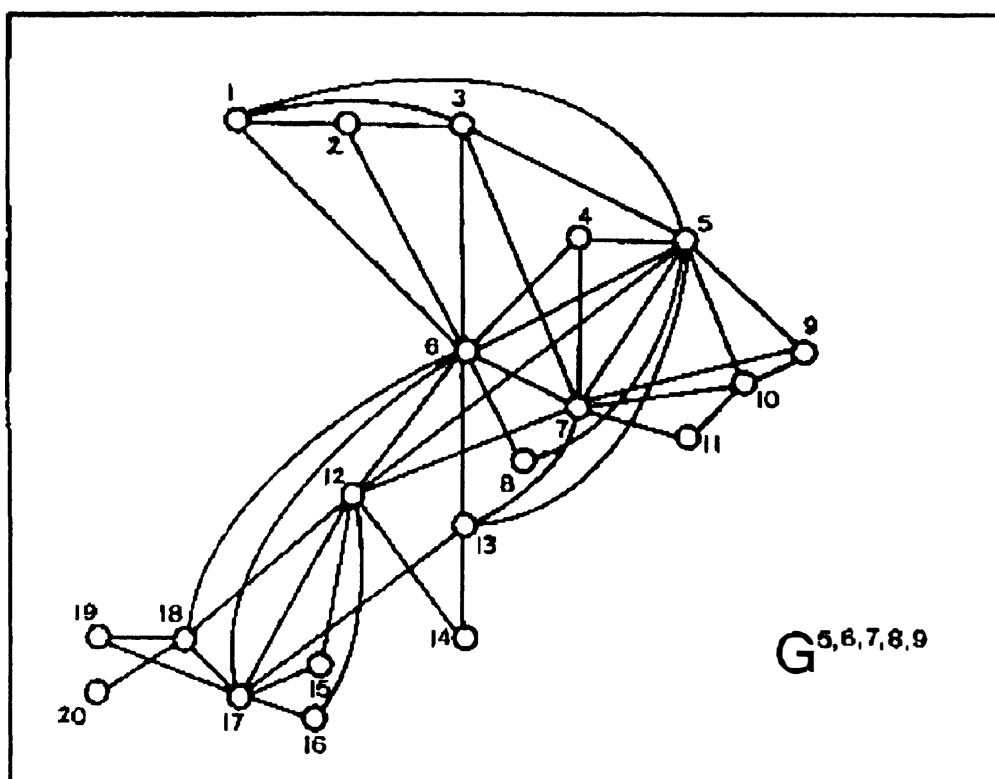
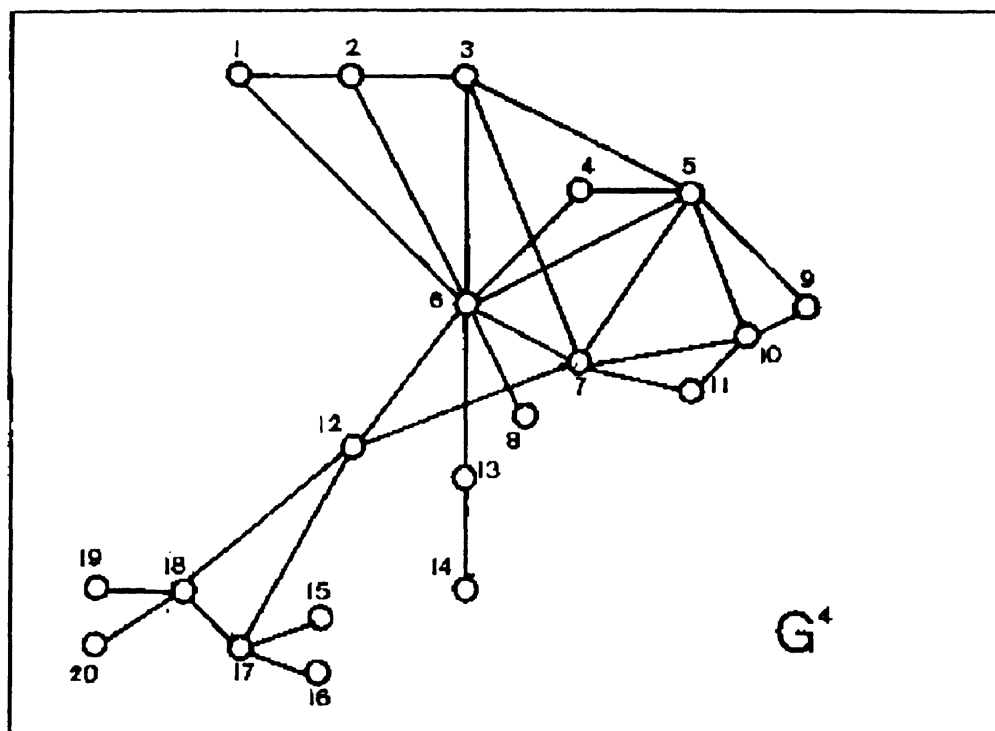


FIGURA 4 (arriba).—La red en el momento  $G^4$ . FIGURA 4 (abajo).—La red en los momentos  $G^5, G^6, G^7, G^8$  y  $G^9$



(1)  $G = S + T$

(2)  $S = N + V$

(3)  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_{20} = \sum_{i=1}^{20} n_i$

(4)  $V = v_{1,1} + v_{1,2} + \dots + v_{20,20} = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} v_{ij}$

(6) Siempre en aras de la simplificación, consideramos que todos los nodos del sistema están habitados por la misma población, 1 habitante, siendo este habitante, a la vez, el 100 por 100 de la población del nodo, de forma que  $P_N$  o población total del sistema  $S$  es igual a 20. Este valor es constante para cualquiera de los tiempos analizados.

7) La distribución de los veinte nodos de la red pretende simular un esquema muy simplificado de las redes españolas interior (*doméstica*) y europea (*regional*) y en ella podría reconocerse la analogía expresada entre los nodos de la figura 2. El modelo de evolución de la red se ha establecido también a partir de un conocimiento empírico (J. Córdoba, 1981b), siguiendo muy a grandes rasgos la evolución de la red española.

8) La evolución de la red debe interpretarse siguiendo la información proporcionada por los grafos expresados en las figuras 2 a 5 y por la matriz de frecuencias denominada  $MF^9$  (cuadro I).

9) En la matriz  $MF^9$  se expresan todas las frecuencias entre pares de nodos que existen en el momento 9 ( $G^9$ ). Para averiguar, por ejemplo, las frecuencias existentes en el momento 5 ( $G^5$ ) basta comprobar las relaciones expresadas en el citado grafo y buscar sus frecuencias en la matriz  $MF^9$  eliminando de ella las relaciones que no existían en el tiempo 5: recordemos que las frecuencias, una vez establecidas, no varían excepto en la comunicación exterior, y ésta puede averiguarse directamente en la matriz  $MF^G_{ST}$  (cuadro II) expresada a continuación de la matriz  $MF^9$ .

10) La evolución de la red propone, a grandes rasgos, la siguiente sucesión de hechos:

\*  $G^1$ : red muy sencilla y centralizada, árbol típico en expresión topológica, con conexión exterior centralizada también por  $n^6$ .

\*  $G^2$ : la red incrementa sus relaciones periféricas de ámbito regional (relaciones  $v_{1,2}$  y  $v_{5,10}$ , por ejemplo), persistiendo la centralización de  $n_6$  en la comunicación exterior.

Cuadro I  
MATRIZ DE FRECUENCIAS, MOMENTO 9

|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | T  |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | XX | 7  | 14 | 0  | 7  | 21 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2  | 7  | XX | 14 | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 3  | 14 | 14 | XX | 0  | 21 | 35 | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  |
| 4  | 0  | 0  | 0  | XX | 7  | 7  | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5  | 7  | 0  | 21 | 7  | XX | 70 | 21 | 7  | 7  | 35 | 7  | 14 | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 |
| 6  | 21 | 14 | 35 | 7  | 70 | XX | 35 | 14 | 0  | 35 | 0  | 35 | 35 | 0  | 0  | 0  | 14 | 14 | 0  | 0  | 70 |
| 7  | 0  | 0  | 7  | 7  | 21 | 35 | XX | 0  | 7  | 35 | 7  | 14 | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  |
| 8  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 14 | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 9  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 0  | 7  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 35 | 35 | 0  | 14 | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 |
| 11 | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 0  | 7  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12 | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 35 | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 7  | 7  | 7  | 14 | 7  | 0  | 0  | 7  |
| 13 | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 35 | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 7  | 0  | 0  | 0  | 7  |
| 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 15 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 0  | 0  | XX | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 16 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 17 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 7  | 0  | 14 | 14 | XX | 35 | 7  | 0  | 7  |
| 18 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | XX | 14 | 14 | 0  |
| 19 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 7  | 14 | XX | 0  | 0  |
| 20 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | XX | 0  |

Cuadro II  
EVOLUCIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE CONEXIÓN CON EL EXTERIOR

| n  | 6 <sup>1</sup> | 6 <sup>2</sup> | 6 <sup>3</sup> | 6 <sup>4</sup> | 6 <sup>5</sup> | 6 <sup>6</sup> | 6 <sup>7</sup> | 6 <sup>8</sup> | 6 <sup>9</sup> | 6 <sup>10</sup> |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 2  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 3  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 7              | 7              | 21             | i               |
| 4  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 5  | 0              | 0              | 35             | 35             | 0              | 35             | 35             | 70             | 70             | i               |
| 6  | 70             | 70             | 70             | 70             | 70             | 70             | 70             | 70             | 70             | 70              |
| 7  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 7              | 7              | 21             | i               |
| 8  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 9  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 10 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 14             | 14             | 42             | i               |
| 11 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 12 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 7              | 7              | 21             | i               |
| 13 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 7              | 7              | 21             | i               |
| 14 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 15 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 16 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 17 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 7              | 7              | 21             | i               |
| 18 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 19 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |
| 20 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | i               |

\*  $G^3$ : la red mantiene idénticas características al momento anterior, pero diversifica su comunicación exterior, bipolarizada ahora por  $n_6$  y  $n_5$ .

\*  $G^4$ : las salidas al exterior se mantienen idénticas al momento anterior, pero la red incrementa su complejidad interna por diversificación de pocas pero muy significativas relaciones periféricas intrarregionales, como, por ejemplo,  $v_{7-12}$  y  $v_{3-5}$ .

\*  $G^5$ : se propone aquí una involución respecto al momento anterior de forma que puedan comprobarse mejor las centralidades interiores. La comunicación exterior vuelve a ser polarizada solamente por  $n_6$  mientras que las relaciones interiores están muy diversificadas.

\*  $G^6$ : se sigue de nuevo la secuencia lógica. La diversificación interior es la de  $G^4$  y la comunicación exterior vuelve a ser bipolarizada por  $n_6$  y por  $n_5$ .

\*  $G^7$ : todo persiste en el interior, pero se multiplican las posibilidades de salida al exterior que ahora se realizan, además, por los nodos  $n_3$ ,  $n_7$ ,  $n_{10}$ ,  $n_{12}$ ,  $n_{13}$  y  $n_{17}$ .

\*  $G^8$ : esta situación nos introduce en una nueva fase de experimentación. Todo sigue igual que en  $G^7$ , pero  $n_5$  incrementa sus frecuencias de salida al exterior.

\*  $G^9$ : se incide en el mismo hecho anterior para comprobar cómo  $n_6$  pierde importancia por incremento de las posibilidades de salida al exterior de otros nodos de la red. Siendo constantes los valores de  $n_6$ , se incrementan las frecuencias de comunicación con el exterior a partir de otros nodos relacionados con él.

\*  $G^{10}$ : representa la situación ideal en la que todos los pares de nodos del sistema interior están comunicados entre sí y, a su vez, con el exterior.

Una evolución como la que acabamos de expresar es aplicable al modelo español en el que podrían reconocerse a grandes rasgos las siguientes etapas: i) centralidad absoluta de Madrid, ii) bipolaridad Madrid-Barcelona, iii) diversificación intra e interrregional, iv) diversificación de las relaciones regionales con el extranjero, y v) competencia de transportistas de cara a la liberalización del transporte

aéreo en 1992, estando aún muy lejos la situación ideal reflejada en vi) posibilidad de desplazamiento de un lugar a otro sin pérdida de tiempo en centralidades intermedias, que expresaría la verdadera igualdad de las regiones ante el *desarrollo*.

Convendría destacar es este punto del análisis que se han establecido tres nuevas proposiciones:

$$(5) \quad p_i = 1 = 100\%$$

$$(6) \quad P_N = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{n=1}^{20} p_i = 20 = 100\%$$

$$(7) \quad MF^G = (MF^9 - F_{ij}^{G \rightarrow 9}) + MF_{ST}^G$$

siendo  $F_{ij}^{G \rightarrow 9}$ , las frecuencias entre pares de nodos del momento 9 que no existen en el momento G.

y tres secuencias posibles de estudio:

i) Evolución completa del sistema a través de la secuencia:

$$- G^1 \rightarrow G^2 \rightarrow G^3 \rightarrow G^4 \rightarrow G^5 \rightarrow G^6 \rightarrow G^7 \rightarrow G^8 \rightarrow G^9 \rightarrow G^{10}.$$

ii) Implicaciones en las centralidades internas por cambios en el sistema interno, a través de la secuencia:

$$- G^1 \rightarrow G^2 \rightarrow G^5$$

iii) Implicaciones en las centralidades internas por cambios en el sistema de conexión exterior a través de las secuencias:

$$- G^2 \rightarrow G^3 \text{ y}$$

$$- G^7 \rightarrow G^8 \rightarrow G^9 \rightarrow G^{10}$$

11) Como ya hemos indicado antes, nuestro supuesto de tráfico pretende evacuar a la población total del sistema S hacia el sistema T, siendo el único cauce de movimiento posible la red de relaciones  $V^N$  según se expresa en los correspondientes grafo  $G^N$  y matriz de frecuencias  $MF^N$ . Se supone una psicología de evacuación en la que la población utiliza todas las posibilidades disponibles para salir del lugar y siempre hacia centros de orden superior al suyo que faciliten aún más su salida al exterior.

12) Esta última proposición es importante y plantea que no toda la red es válida para la evacuación. Para que se cumpla será necesario, como veremos más adelante, jerarquizar el sistema y orientar el grafo.

*El análisis de la red I: cohesión y jerarquía del sistema*

La mayoría de las medidas que se aplican en los estudios geográficos sobre transporte adaptando la Teoría de Grafos se limitan a describir situaciones que transcriben a expresiones lógico-matemáticas a veces demasiado complejas para lo que vienen a decir en realidad.

Aquí utilizaremos solamente dos medidas básicas para conocer el grado de cohesión de la red y para establecer una jerarquía de nodos dentro del sistema.

i) El coeficiente de conexión de la red es una medida de cohesión que permite conocer rápidamente el grado de complejidad interna alcanzado por las relaciones ( $V$ ) de la red. Se trata de una medida semejante a la utilizada, entre otros, por Z. Prihar (1956), W. L. Garrison (1960) y K. Kanski (1963) y próxima también al conocido índice  $\gamma$  de Kansky.

Este coeficiente propone que, siendo la conexión potencial máxima posible de una red ( $CP_G$ ), la situación en la que cada nodo está en relación directa con todos restantes nodos de la red, y siendo la conexión real de la red ( $C_G$ ) el número real de enlaces que existen entre pares de nodos, el coeficiente de conexión de la red ( $CC_G$ ), será la relación entre la conexión real y la potencial, referida ésta a 100, de forma que una red con  $CC_G = 100$  estará en el límite extremo de su desarrollo y una red con  $CC_G = 50$  estará en la mitad de las posibilidades de su desarrollo. De esta forma:

$$(8) \quad CP_G = N(N-1) / 2$$

— siendo  $N$  el número total de nodos del sistema  $G$

$$(9) \quad C_G = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} v_{ij} / 2$$

$$(10) \quad CC_G = C_G * 100 / CP_G$$

ii) El coeficiente de conexión de un nodo ( $CC_i$ ) expresa la misma idea pero aplicada a un nodo, es decir, las relaciones reales del nodo en relación con las relaciones máximas posibles que puede tener, siendo éstas todos los demás nodos de la red. De esta forma, un nodo con  $CC_i = 50$  indica que es accesible a/desde el 50% de los restantes nodos de la red. Preferimos, por su sencillez y expresividad, esta medida de

accesibilidad a otros índices tradicionalmente utilizados, como los propuestos por A. Shimbel (1953). Así:

$$(11) \quad CC_i = C_i * 100 / CP_i$$

— siendo,

$$CP_i = N - 1$$

$$C_i = \sum_{j=i}^{j=20} v_{ij}$$

De acuerdo con estos coeficientes que, aplicados a nuestros datos, se reflejan en el cuadro III, pueden establecerse las siguientes características en la red estudiada:

10) Siendo constante la cohesión potencial, puesto que es constante el número de nodos que componen la red, se aprecia un progresivo

Cuadro III  
EVOLUCIÓN DE LOS COEFICIENTES DE CONEXIÓN

| n               | 6 <sup>1</sup> | 6 <sup>2.3</sup> | 6 <sup>4</sup> | 6 <sup>5.6.7.8.9</sup> | 6 <sup>10</sup> |
|-----------------|----------------|------------------|----------------|------------------------|-----------------|
| 1               | 5,26           | 10,52            | 10,52          | 21,05                  | 100             |
| 2               | 5,26           | 15,78            | 15,78          | 15,78                  | 100             |
| 3               | 5,26           | 10,52            | 21,05          | 26,31                  | 100             |
| 4               | 5,26           | 10,52            | 10,52          | 15,78                  | 100             |
| 5               | 5,26           | 26,31            | 31,57          | 52,63                  | 100             |
| 6               | 47,43          | 47,43            | 47,43          | 63,15                  | 100             |
| 7               | 10,52          | 21,05            | 26,31          | 47,43                  | 100             |
| 8               | 5,26           | 5,26             | 5,26           | 5,26                   | 100             |
| 9               | 5,26           | 10,52            | 10,52          | 15,78                  | 100             |
| 10              | 15,78          | 21,05            | 21,05          | 26,31                  | 100             |
| 11              | 5,26           | 10,52            | 10,52          | 15,78                  | 100             |
| 12              | 10,52          | 15,78            | 21,05          | 42,10                  | 100             |
| 13              | 10,52          | 10,52            | 10,52          | 26,31                  | 100             |
| 14              | 5,26           | 5,26             | 5,26           | 5,26                   | 100             |
| 15              | 5,26           | 5,26             | 5,26           | 10,52                  | 100             |
| 16              | 5,26           | 5,26             | 5,26           | 5,26                   | 100             |
| 17              | 21,05          | 26,31            | 26,31          | 36,84                  | 100             |
| 18              | 15,78          | 21,05            | 21,05          | 26,31                  | 100             |
| 19              | 5,26           | 10,52            | 10,52          | 10,52                  | 100             |
| 20              | 5,26           | 5,26             | 5,26           | 5,26                   | 100             |
| CC <sub>n</sub> | 10,00          | 14,73            | 16,31          | 24,73                  | 100             |

incremento, primero lento y luego más rápido, en la cohesión del sistema de forma que si al principio sólo cubría el 10% de las posibilidades ( $G^1$ ), en un segundo tiempo ( $G^2$ ) cubre ya el 14.73% para alcanzar después el 16.31% ( $G^4$ ) y casi una cuarta parte (24.73%) en ( $G^5$ ) antes del último salto, en que cubre ya todas las posibilidades (100%) en ( $G^{10}$ ). Los cambios cuantitativamente más importantes se dan, por lo tanto, entre los momentos  $G^4$  y  $G^5$  y entre los momentos  $G^9$  y  $G^{10}$ .

2) Los coeficientes de conexión de los nodos permiten comprobar la evolución desde un sistema absolutamente polarizado por  $n_6$  hacia un sistema con creciente papel de los nodos de equilibrio regional (sobre todo  $n_7$ ,  $n_{12}$  y  $n_{17}$ ) que conce, no obstante, una fase bipolar ( $n_5$  y  $n_6$ ) desde el momento  $G^5$  hasta que en el momento  $G^{10}$  alcanza su madurez plena.

Mientras que el primer coeficiente expresado, el de cohesión de la red, sirve solamente para describir su complejidad en los diferentes momentos de estudio, el segundo, es decir, el coeficiente de conexión de los nodos, es la medida básica que nos permite jerarquizar el sistema.

En el supuesto hipotético que se utiliza, se considerará que este coeficiente es indicativo de la mayor o menor importancia de un nodo dentro de la red, aunque hubiera sido mucho más adecuado para establecer la jerarquía del sistema la utilización de esta medida en combinación con las frecuencias de relación, pero esto es ya otro problema que complicaría en exceso el modelo.

La diversificación de relaciones de un nodo, expresada por medio de su  $CC_i$ , será, en consecuencia, el punto de referencia que permita orientar el grafo de acuerdo con el presupuesto establecido en el punto 11 del apartado anterior.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> La utilización del  $CC_i$  como método para orientar el grafo planteará nuevos problemas: i) en el caso de nodos con idéntico valor existe retroalimentación, hecho que no invalida pero sí dificulta la interpretación de los resultados que proporciona el análisis de Markov; en este trabajo hemos prescindido de este problema eliminando los casos de retroalimentación; ii) hay que tener en cuenta que la orientación del grafo es hacia el exterior de forma que un nodo con  $CC_i$  superior puede verter su población sobre otro nodo inferior si éste tiene salida directa al exterior, invirtiéndose, por tanto, el presupuesto general, o si se plantean nuevos problemas de retroalimentación, caso este último que denominamos *fondo de saco* como el que se aprecia en varios tiempos de nuestro ejemplo entre los nodos 12 y 17; el nodo 12 debería evacuar a través del 17 que suele tener mayor  $CC_i$  que él, pero de ser así, la población del nodo 12 tendría que volver a pasar por él para salir del sistema hasta que el nodo 17 tuviera salida directa al exterior.

*El análisis de la red. II: Aplicación de las cadenas de Markov a las variaciones en los coeficientes de centralidad*

La aplicación de las cadenas de Markov requiere una transformación previa de los datos iniciales que sólo presentaremos de forma detallada para el primer momento analizado con objeto de que el lector pueda apreciarlos y para no hacer más extensa la exposición. También detallaremos solamente en este primer momento los diferentes tránsitos que resultan del cálculo matricial y que se anotan con subíndices.

1) Conocidos  $G^1$  (grafo del momento 1) y sus correspondientes matrices de conexión ( $MC^1$ ) y de frecuencias reales ( $MF^1$ ) (cuadros IV y V).

Cuadro IV  
 $MC^1$  (MATRIZ DE CONEXIÓN, MOMENTO 1)

|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | T |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 2  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 3  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 4  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 5  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 6  | I  | I  | I  | I  | I  | XX | I  | I  | 0  | 0  | 0  | I  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I |
| 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | XX | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 8  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 9  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | I  | XX | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 11 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 12 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 13 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | I  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 15 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | I  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 16 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | I  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 17 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | 0  | I  | I  | XX | I  | 0  | 0  | 0 |
| 18 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | XX | I  | I  | 0 |
| 19 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | XX | 0  | 0 |
| 20 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | I  | 0  | XX | 0 |



Cuadro V  
MF<sup>1</sup> (MATRIZ DE FRECUENCIAS, MOMENTO 1)

|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | T  |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 21 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 3  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 4  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 70 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 6  | 21 | 14 | 35 | 7  | 70 | XX | 35 | 14 | 0  | 0  | 0  | 35 | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 70 |
| 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | XX | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 8  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 9  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 14 | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 11 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 13 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 15 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 16 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 17 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 14 | 14 | XX | 35 | 0  | 0  | 0  |
| 18 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | XX | 14 | 14 | 0  |
| 19 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  |
| 20 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | XX | 0  |

es preciso:

2) Obtener la matriz de frecuencias orientadas ( $M_o^1$ ), que de acuerdo con lo antes enunciado, se calcula a partir de la matriz de frecuencias reales (MF<sup>1</sup>) despreciando en ella las relaciones que no conducen a la evacuación del grafo. Obsérvese que en este caso existe el ya citado problema de retroalimentación entre  $n_7$  y  $n_{12}$  que aquí se resuelve por la vía del efecto *fondo del saco* (cuadro VI).

3) Evaluar la matriz de tránsito inicial ( ${}_oMT^1$ ). Esta matriz se obtiene a partir de la anterior, repartiendo entre el sumatorio de frecuencias el valor correspondiente de la población de cada nodo (cuadro VII).

En este caso, el cálculo es muy sencillo:  $n_1$ , por ejemplo, cede en este tránsito inicial el 100% de su población a  $n_6$  (1 habitante), en tanto que  $n_6$  cede el 100% de su población al sistema T, única salida al exterior del sistema S, de forma que en el primer tránsito sólo habría sido evacuado

Cuadro VI

$M_1$  (MATRIZ DE FRECUENCIAS ORIENTADAS, MOMENTO 1)

|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | T  |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 21 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 3  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 4  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 70 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 70 |
| 7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | XX | 0  | 0  | Fs | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 8  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 9  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 11 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | Fs | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 13 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | Fs | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 15 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 16 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 17 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 18 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 35 | XX | 0  | 0  | 0  |
| 19 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | XX | 0  | 0  |
| 20 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  | XX | 0  |

Fs: relaciones no tributarias debido al efecto "fondo de saco"

Cuadro VII

${}_0M_T$  (MATRIZ DE TRÁNSITO INICIAL, MOMENTO 1)

|           | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | 7   | 8  | 9  | 10  | 11 | 12  | 13  | 14 | 15 | 16 | 17  | 18  | 19  | 20 | T   |
|-----------|----|----|----|----|----|-----|-----|----|----|-----|----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|
| 1         | XX | 0  | 0  | 0  | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 2         | 0  | XX | 0  | 0  | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 3         | 0  | 0  | XX | 0  | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 4         | 0  | 0  | 0  | XX | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 5         | 0  | 0  | 0  | 0  | XX | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 6         | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | XX  | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 100 |
| 7         | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 100 | XX  | 0  | 0  | Fs  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 8         | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 100 | 0   | XX | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 9         | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | XX | 100 | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 10        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 100 | 0  | 0  | XX  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 11        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 100 | XX | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 12        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | XX  | 0   | 0  | 0  | 0  | Fs  | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 13        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | XX  | Fs | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 14        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 100 | XX | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 15        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | XX | 0  | 100 | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 16        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | XX | 100 | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 17        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 100 | 0   | 0  | 0  | 0  | XX  | 0   | 0   | 0  | 0   |
| 18        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 100 | XX  | 0   | 0  | 0   |
| 19        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 100 | XX  | 0  | 0   |
| 20        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 100 | 0  | XX  |
| ${}_2P^1$ | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 900 | 100 | 0  | 0  | 200 | 0  | 100 | 100 | 0  | 0  | 0  | 300 | 200 | 0   | 0  | 100 |

1 habitante, es decir, el 5% de la población del sistema S que son 20 habitantes.

En casos más complejos, la matriz de tránsito inicial es también más compleja. Imaginemos, como ocurre en el momento 2 ( $G^2$ ), que  $n_1$  tiene 7 frecuencias con  $n_2$  ( $f_{1,2}^2 = 7$ ) y 21 frecuencias con  $n_6$  ( $f_{1,6}^2 = 21$ ), de forma que:

$$F_{1,j}^2 = f_{1,2}^2 + f_{1,6}^2 = 7 + 21 = 28 = 100\%$$

— resultará que, en igualdad de condiciones como se ha supuesto, la población de  $n_1$  será evacuada en un 25% por  $n_2$  y en un 75% por  $n_6$ , de forma que siendo  $p_1^2$  la población del nodo 1 en el momento 2 y  ${}_0p_1^2$  la población del nodo 1 evacuada en el tránsito inicial del momento 2:

$${}_0p_1^2 = p_{1,2}^2 + p_{1,6}^2 = (7 \cdot 100/28) + (21 \cdot 100/28) = 25 + 75 = 100 = {}_1p^2$$

— y, realizada esta evacuación, resultará que la población de  $n_1$  disponible para ser evacuada en un segundo tránsito ( ${}_2p_1^2$ ) es nula, de forma que:

$${}_2p_1^2 = {}_0p_1^2 - {}_1p_1^2 = 100 - (25 + 75) = 0 = {}_2p_1^2$$

Hay que tener en cuenta que la matriz de tránsito inicial constituye siempre el primer tránsito para la evacuación propuesta. De forma que siempre:

$${}_0MT^G = {}_1MT^G$$

Un presupuesto básico en el análisis con cadenas de Markov sostiene la constancia de esta matriz de tránsito inicial en sucesivos pasos. En un análisis de transporte aéreo real es obvio que habría que tener en cuenta cambios en la oferta en la medida en que descende el potencial de población así como la capacidad real y características de las aeronaves que intervienen en la supuesta evacuación pero no son éstas, de momento, variantes que nos interese introducir en la exposición.

4) Terminado el tránsito inicial, descubrimos que todos los nodos han evacuado su población inicial, pero que solamente  $n_6$  los ha expulsado fuera del sistema S. Algunos nodos han quedado totalmente evacuados ( $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_8, n_9, n_{11}, n_{14}, n_{15}, n_{16}, n_{19}$  y  $n_{20}$ ), otros, en cambio, han recibido población que deberá ser evacuada en un segundo tránsito ( $n_6, n_7, n_{10}, n_{12}, n_{13}, n_{17}$  y  $n_{18}$ ).

A partir de este momento se inicia el proceso iterativo por aplicación sucesiva de la matriz de tránsito inicial a los valores de la nueva matriz obtenida, de la forma que se indica en los cuadros VIII, IX, X y XI.

Cuadro VIII

${}_2MT^1$  (MATRIZ DEL TRÁNSITO SEGUNDO, MOMENTO 1)

| ${}_2P^1$ |    | 6   | 7   | 10  | 12  | 13  | 17  | 18  | T               |
|-----------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------|
| 900       | 6  | ,XX | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 900             |
| 100       | 7  | 100 | ,XX | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0               |
| 200       | 10 | 0   | 200 | ,XX | 0   | 0   | 0   | 0   | 0               |
| 100       | 12 | 100 | 0   | 0   | ,XX | 0   | 0   | 0   | 0               |
| 100       | 13 | 100 | 0   | 0   | 0   | ,XX | 0   | 0   | 0               |
| 300       | 17 | 0   | 0   | 0   | 300 | 0   | ,XX | 0   | 0               |
| 200       | 18 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 200 | ,XX | 0               |
| 900       | T  | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -               |
| ${}_3P^1$ | -  | 300 | 200 | 0   | 300 | 0   | 200 | 0   | 1000 (=100+900) |

NOTA: Con objeto de hacer más rápida la lectura, se han suprimido en esta matriz y en las siguientes los nodos que quedan evacuados, es decir, sin población, en un tránsito anterior.

Cuadro IX

${}_3MT^1$  (MATRIZ DEL TRÁNSITO TERCERO, MOMENTO 1)

| ${}_3P^1$ |    | 6   | 7   | 12  | 17  | T                |
|-----------|----|-----|-----|-----|-----|------------------|
| 300       | 6  | ,XX | 0   | 0   | 0   | 300              |
| 200       | 7  | 200 | ,XX | 0   | 0   | 0                |
| 300       | 12 | 300 | 0   | ,XX | 0   | 0                |
| 200       | 17 | 0   | 0   | 200 | ,XX | 0                |
| 1000      | T  | -   | -   | -   | -   | -                |
| ${}_4P^1$ | -  | 500 | 0   | 200 | 0   | 1300 (=1000+300) |

Cuadro X

${}^4M_T^1$  (MATRIZ DEL TRÁNSITO CUARTO, MOMENTO 1)

| ${}^4P^1$ | 6  | 12  | T                |
|-----------|----|-----|------------------|
| 500       | 6  | ,XX | 0                |
| 200       | 12 | 200 | ,XX              |
| 1300      | T  | -   | -                |
| ${}^6P^1$ | -  | 200 | 0                |
|           |    |     | 1800 (=1300+500) |

Cuadro XI

${}^5M_t^1$  (MATRIZ DEL TRÁNSITO QUINTO, MOMENTO 1)

| ${}^5P^1$ | 6 | T                |
|-----------|---|------------------|
| 200       | 6 | ,XX              |
| 1800      | T | -                |
| ${}^6P^1$ | - | 0                |
|           |   | 2000 (=1800+200) |

5) Los resultados obtenidos permiten deducir:

i) — Siendo la población evacuada por el sistema S ( $P_S$ ) en un momento ( $P_S^G$ ) y tiempo dados ( ${}_n P_S^G$ ) la suma de la población evacuada por los nodos del sistema S hacia el sistema T ( $p_{T,K}$ ):

$$(12) \quad {}_n P_S^G = \sum_{T=1}^{k=n} P_{T,K}$$

— Tendremos que la dinámica de evacuación del sistema es la siguiente:

$${}_0P^1_S = 0$$

$${}_1P^1_S = 100$$

$${}_2P^1_S = 900$$

$${}_3P^1_S = 300$$

$${}_4P^1_S = 500$$

$${}_5P^1_S = 200$$

$${}_6P^1_S = 0$$

ii) Siendo la población del sistema S ( $P_S$ ) en un momento ( $P^G_S$ ) y tiempo dados ( ${}_n P^G_S$ ), la diferencia entre población existente en el sistema y la evacuada en el tiempo anterior:

$$(13) \quad {}_n P^G_S = {}_{n-1} P^G_S - {}_{n-1} P^G_S$$

— y dado que en el caso que analizamos,

$$(14) \quad {}_0 P^1_S = \sum_{i=20}^{20} p_i = 20 = 20 * 100 = 2000 = 100\%$$

— tendremos que la población que queda en el sistema después de cada tránsito de evacuación es la siguiente:

$${}_0 P^1_S = 2000 = 100\%$$

$${}_1 P^1_S = 2000 - 0 = 2000 = 100\%$$

$${}_2 P^1_S = 2000 - 100 = 1900 = 95\%$$

$${}_3 P^1_S = 1900 - 900 = 1000 = 50\%$$

$${}_4 P^1_S = 1000 - 300 = 700 = 35\%$$

$${}_5 P^1_S = 700 - 500 = 200 = 10\%$$

$${}_6 P^1_S = 200 - 200 = 0 = 0\%$$

iii) Siendo la población del sistema T ( $P_T$ ) en un momento ( $P^G_T$ ) y tiempos dados ( ${}_{n+1} P^G_T$ ) la suma de la población evacuada por el sistema S en los tiempos anteriores:

$$(15) \quad {}_{n+1} P^G_T = \sum_{S=1}^n n P^G_S$$

— tendremos que la población absorbida por el sistema T en cada tránsito es la siguiente:

$${}_0 P^1_T = 0$$

$${}_1 P^1_T = 0 + 100 = 100 = 5\%$$

$$\begin{aligned} {}_2P_T^1 &= 100 + 900 = 1000 = 50\% \\ {}_3P_T^1 &= 1000 + 300 = 1300 = 65\% \\ {}_4P_T^1 &= 1300 + 500 = 1800 = 90\% \\ {}_5P_T^1 &= 1800 + 200 = 2000 = 100\% \\ {}_6P_T^1 &= 2000 + 0 = 2000 = 100\% \end{aligned}$$

— de donde se comprueba que han sido necesarios cinco tránsitos para evacuar a toda la población del sistema, ya que:

$${}_5P_T^1 = {}_0P_S^1 = 20 = 100\%$$

iv) Todos estos habitantes han sido evacuados por  $n_6$ , de forma que puede decirse que este nodo centraliza toda la evacuación externa del sistema, siendo su  $CK_i$  o *coeficiente de centralidad externa* de 100% con respecto a la población del sistema S.

Este  $CK_i$  o *coeficiente de centralidad externa* definiría la capacidad que tiene un nodo para centralizar los movimientos de la población desde un sistema hacia otro y podría expresarse así:

$$(16) \quad CK_i^G = P_i^G * 100 / P_S^G$$

— siendo:

$CK_i^G$ , el coeficiente de centralidad externa de un nodo en un momento determinado,

$P_i^G$ , la población total evacuada por el citado nodo, y

$P_S^G$ , la población total evacuada por el sistema.

v) Puede comprobarse, no obstante, que la evacuación del sistema no ha sido instantánea, sino que parte de la población ha tenido que utilizar en diferentes tiempos nodos intermedios para acceder a la salida. En este ejemplo, toda la población ha tenido que utilizar  $n_6$  para salir al exterior, pero también algunos habitantes se han visto detenidos por nodos intermedios antes de llegar a  $n_6$ .

Esta relación de dependencia interna en el sistema definiría un  $CZ_i$  o *coeficiente de centralidad interna* o capacidad que tiene un nodo cualquiera de la red para atraer a la población del sistema en función de una motivación determinada, la evacuación en nuestro caso. La expresión de este coeficiente podría ser:

$$(17) \quad CZ_i^G = \sum_{n=1}^n nP_i^G * 100 / P_s^G$$

— siendo:

$CZ_i^G$ , el coeficiente de centralidad interna de un nodo en un momento determinado, y

${}_n P_i^G$ , la población que ha pasado por  $i$  en los diferentes tiempos de la evacuación, y

$P_s^G$ , la población total del sistema.

Este coeficiente expresa, en definitiva, la importancia relativa de cada nodo en la dinámica del sistema y es la principal medida que se propone para la aplicación de las cadenas de Markov al análisis del movimiento en un sistema de transporte.

Obsérvese en el cuadro XII la correspondencia entre los respectivos  $CC_i$ ,  $CK_i$  y  $CZ_i$  de los nodos analizados.

El nodo 6 centraliza el 100% de las relaciones dentro del sistema, tanto en lo concerniente a las salidas al exterior ( $CK_i = 100$ ) como en la dependencia de los restantes nodos del sistema para esta salida ( $CZ_i = 100$ ); su grado de relación con otros nodos de la red parecía, sin embargo, menos importante ( $CC_i = 47.43\%$ ): aunque el nodo 6 sólo está conectado directamente con menos de la mitad del sistema, todos los nodos dependen de él para comunicarse con el exterior.

La centralidad interna es desempeñada también por otros nodos de la red, aunque con valores netamente inferiores. En el proceso de evacuación de la población, y como se comprueba en el cuadro II, 700 personas han utilizado  $n_{12}$  ( $P_{12}^1 = 700$ ), valor que, descontada centralidad sobre sí mismo ( $p_{12}^1 = 100$ ), nos da el número de habitantes del sistema que son controlados por él en este proceso de evacuación, es decir, 600 habitantes, o lo que es lo mismo, 31.57% de la población del sistema, que es el valor del  $CZ_{12}^1$ .



Cuadro XII

SÍNTESIS DESGLOSADA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN EL ANÁLISIS DE LA RED EN EL MOMENTO 1 (G<sup>1</sup>)

| n               | CCi   | oP <sup>1</sup> | zP <sup>1</sup> | zP <sup>1</sup> | zP <sup>1</sup> | zP <sup>1</sup> | zP <sup>1</sup> | P <sup>1</sup> i | P <sup>1</sup> i-p <sup>1</sup> i | CZi <sup>1</sup> | CKi <sup>1</sup> |
|-----------------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------------------------|------------------|------------------|
| 1               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 2               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 3               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 4               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 5               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 6               | 47,43 | 100             | 900             | 300             | 500             | 200             | 0               | 2000             | 1900                              | 100,00           | 100              |
| 7               | 10,52 | 100             | 200             | 0               | 0               | 0               | 0               | 400              | 300                               | 15,78            | -                |
| 8               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 9               | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 10              | 15,78 | 100             | 200             | 0               | 0               | 0               | 0               | 300              | 200                               | 10,52            | -                |
| 11              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 12              | 10,52 | 100             | 100             | 300             | 200             | 0               | 0               | 700              | 600                               | 31,57            | -                |
| 13              | 10,52 | 100             | 100             | 0               | 0               | 0               | 0               | 200              | 100                               | 5,26             | -                |
| 14              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 15              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 16              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 17              | 21,05 | 100             | 300             | 200             | 0               | 0               | 0               | 600              | 500                               | 26,31            | -                |
| 18              | 15,78 | 100             | 200             | 0               | 0               | 0               | 0               | 300              | 200                               | 10,52            | -                |
| 19              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| 20              | 5,26  | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 100              | 0                                 | -                | -                |
| pT <sup>1</sup> | -     | 0               | 100             | 900             | 300             | 500             | 200             | 2000             | 2000                              | -                | -                |
| PT <sup>1</sup> | -     | 0               | 1000            | 1300            | 1800            | 2000            | 2000            | 2000             | 2000                              | -                | -                |

P<sup>1</sup>i = población acumulada por el nodo i en el momento 1.

p<sup>1</sup>i = población propia del nodo i en el momento 1.

pT<sup>1</sup> = población absorbida por el sistema T en el tránsito indicado.

PT<sup>1</sup> = población acumulada por el sistema T.

Tanto en el caso de n<sub>12</sub>, como en los nodos n<sub>17</sub> y n<sub>7</sub>, sus correspondientes CZi son claramente superiores a los CCi, de donde se deduce su papel activo en la centralización de subsistemas como los definidos por los nodos:

para n<sub>7</sub> (n<sub>10</sub>) y a través de n<sub>10</sub> (n<sub>9</sub> y n<sub>11</sub>)

para n<sub>12</sub> (n<sub>17</sub>) y a través de n<sub>17</sub> [(n<sub>15</sub>, n<sub>16</sub> y n<sub>18</sub>), y a través de n<sub>18</sub> (n<sub>19</sub> y n<sub>20</sub>)]

para n<sub>17</sub> (n<sub>15</sub>, n<sub>16</sub> y n<sub>18</sub>) y a través de n<sub>18</sub> (n<sub>19</sub> y n<sub>20</sub>).

También tienen papel activo en la centralidad del sistema  $n_{10}$  (para  $n_9$  y  $n_{11}$ ),  $n_{13}$  (para  $n_{14}$ ) y  $n_{18}$  (para  $n_{19}$  y  $n_{20}$ ) aunque ya con valores inferiores a sus respectivos CCI, de donde se deduce su valor meramente regional de desenclave.

Por último, los nodos restantes ( $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_8, n_9, n_{11}, n_{14}, n_{15}, n_{16}, n_{19}$  y  $n_{20}$ ) carecen de centralidad dentro del sistema, revelándose como centros de desenclave exclusivamente local.

La situación descrita es característica de una red centralizada pero bien jerarquizada. Se trata, en consecuencia, de una red de nodos *dependientes* pero en la que el número de tránsitos necesarios para evacuar el sistema son pocos: se trata de un sistema rígidamente organizado en el que los habitantes tienen poca posibilidad de decisión.

### *El análisis de la red III:*

#### *Evolución comparada de los coeficientes de centralidad*

El caso que acabamos de exponer es muy sencillo. Su utilidad radica en que puede interpretarse detenidamente e incluso se puede experimentar con él realizando manualmente las cinco matrices necesarias para la evacuación del sistema. Cuando el análisis se hace más complejo, como ocurre en nuestro ejemplo a partir del momento  $G^5$ , es recomendable acudir a un programa para manejar los datos, no tanto por la dificultad de los cálculos, cuanto por su carácter reiterativo, la economía de tiempo y la exclusión de errores; existen orientaciones sobre la programación de cadenas de Markov (R. A. Howard, 1960; D. Marble, 1967), pero aquí utilizamos el programa diseñado por uno de los miembros de nuestro equipo de investigación (J. Mascareñas, 1990).

Una exposición más detallada de la evolución de la red en tiempos sucesivos y la expresión de sus correspondientes matrices alargaría en exceso esta lectura; hemos preferido seleccionar los resultados, reflejando tan sólo los coeficientes de centralidad obtenidos (cuadros XIII y XIV) y limitándonos a comentar aquellos valores que confirman la validez de nuestra propuesta de trabajo. En este sentido puede destacarse:

i) No existe una relación directa entre los coeficientes de conexión y los coeficientes de centralidad de forma que aquéllos informan sola-

APLICACIÓN DE CADENAS DE MARKOV...

Cuadro XIII  
EVOLUCIÓN DE LOS COEFICIENTES DE CENTRALIDAD EXTERNA

| n  | G <sup>1</sup> | G <sup>2</sup> | G <sup>3</sup> | G <sup>4</sup> | G <sup>5</sup> | G <sup>6</sup> | G <sup>7</sup> | G <sup>8</sup> | G <sup>9</sup> | G <sup>10</sup> |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 2  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 3  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0,90           | 0,90           | 2,24           | 5,00            |
| 4  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 5  | 0              | 0              | 7,15           | 8,80           | 0              | 10,86          | 10,42          | 14,63          | 12,61          | 5,00            |
| 6  | 100,00         | 100,00         | 92,84          | 91,19          | 100,00         | 89,16          | 78,10          | 73,88          | 61,72          | 5,00            |
| 7  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1,99           | 1,99           | 4,36           | 5,00            |
| 8  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 9  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 10 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1,17           | 1,17           | 2,85           | 5,00            |
| 11 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 12 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 2,06           | 2,06           | 4,51           | 5,00            |
| 13 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0,83           | 0,83           | 2,08           | 5,00            |
| 14 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 15 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 16 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 17 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 4,50           | 4,50           | 9,58           | 5,00            |
| 18 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 19 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| 20 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 5,00            |
| T  | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00         | 100,00          |

Cuadro XIV  
EVOLUCIÓN DE LOS COEFICIENTES DE CENTRALIDAD INTERNA

| n  | G <sup>1</sup> | G <sup>2</sup> | G <sup>3</sup> | G <sup>4</sup> | G <sup>5</sup> | G <sup>6</sup> | G <sup>7</sup> | G <sup>8</sup> | G <sup>9</sup> | G <sup>10</sup> |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1,05           | 1,05           | 1,05           | 1,05           | 0               |
| 2  | 0              | 2,78           | 2,81           | 1,31           | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 3  | 0              | 0              | 0              | 3,28           | 4,02           | 4,21           | 4,21           | 4,21           | 4,21           | 0               |
| 4  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 5  | 0              | 17,40          | 17,40          | 22,61          | 27,57          | 28,88          | 27,64          | 25,54          | 21,28          | 0               |
| 6  | 100,00         | 100,00         | 92,36          | 90,69          | 100,00         | 88,60          | 76,94          | 72,51          | 59,71          | 0               |
| 7  | 15,78          | 11,01          | 11,01          | 19,36          | 14,60          | 15,29          | 13,65          | 13,65          | 11,57          | 0               |
| 8  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 9  | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 10 | 10,52          | 13,27          | 13,27          | 7,01           | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 0               |
| 11 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 12 | 31,57          | 31,57          | 31,57          | 31,57          | 18,05          | 18,90          | 16,49          | 16,49          | 13,74          | 0               |
| 13 | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 5,26           | 3,50           | 3,50           | 3,50           | 3,50           | 0               |
| 14 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 15 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 16 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 17 | 26,31          | 23,90          | 23,90          | 23,90          | 17,67          | 18,51          | 18,41          | 18,41          | 18,27          | 0               |
| 18 | 10,52          | 9,21           | 9,21           | 9,21           | 8,77           | 8,77           | 8,77           | 8,77           | 8,77           | 0               |
| 19 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| 20 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0               |
| E  | 5              | 10             | 10             | 7              | 8              | 7              | 7              | 7              | 7              | 1               |

mente sobre el número de relaciones mientras que éstos nos acercan a la importancia real de estas relaciones.

Obsérvese, por ejemplo, que entre los momentos  $G^1$  y  $G^2$  un incremento en el  $CC_5$  (de 5.26 a 26.31) se traduce también en un incremento en su  $CZ_5$  (de 0 a 17.40); la proporción entre ambos valores, sin embargo, no es la misma: el  $n_5$  está conectado en  $G^2$  con el 26.31% del sistema pero controla solamente el tráfico del 17.40% de su población.

En esta misma línea puede destacarse el caso del  $n_7$  entre los momentos  $G^4$  y  $G^5$ : el  $CC_7$  aumenta de 26.31 a 47.43 al mismo tiempo que su  $CZ_7$  disminuye de 19.36 a 14.60, fenómeno que debe atribuirse a la diversificación de relaciones que experimentan otros nodos antiguamente tributarios suyos hacia nodos dotados de mayor centralidad que él como se aprecia en las nuevas relaciones  $v_{12-5}$  y  $v_{11-5}$ . Este hecho nos lleva, además, al segundo punto que queremos destacar:

ii) Cualquier cambio en el sistema puede alterar a elementos que, en apariencia, son ajenos a este cambio.

La comprobación más rápida de este postulado se observa en el análisis comparado de la evolución de los coeficientes de centralidad de  $n_5$  y  $n_6$ . A pesar de que los valores de sus relaciones permanecen básicamente constantes (excepto el cambio del  $CC_i$  entre los momentos  $G^4$  y  $G^5$ ), los valores de  $CK_6$  y  $CZ_6$  se ven continuamente alterados por el comportamiento de  $n_5$  de forma que:

— Los  $CK_6$  descienden en la medida en que  $n_5$  comparte con  $n_6$  la conexión exterior del sistema S, hecho que se comprueba también en los descensos de  $CK_5$  y  $CK_6$  cuando la conexión con el exterior se realiza desde otros nodos del sistema ( $G^7$  a  $G^{10}$ ).

— Los  $CZ_6$  descienden cuando un incremento en la diversificación de  $n_5$  favorece el incremento de  $CZ_5$ , como ocurre en  $G^4$  con respecto a  $G^3$ .

Otras comprobaciones menos evidentes permiten insistir en la validez de este postulado, destacando entre ellas:

— La nueva relación  $v_{12-7}$  en  $G^4$  se traduce en : i) incremento esperado de  $CZ_7$  desde 11.01 a 19.36; ii) cambios también esperados pero no tan evidentes como el incremento de  $CZ_5$  de 17.40 a 22.61, de  $CK_5$  de 7.15

a 8.80 y descensos de  $CZ_6$  de 92.36 a 90.69 y de  $CK_6$  de 92.84 a 91.19.<sup>3</sup> Es evidente que la apertura de la línea periférica  $v_{12-7}$  permite a todo el subsistema regional formado por los nodos  $n_{15}$  a  $n_{20}$  acceder a través de  $n_{12}$  y  $n_7$  a  $n_5$ , desde donde pueden conectar con el exterior, incrementándose, en consecuencia, las centralidades internas de  $n_7$  y  $n_5$  y la centralidad externa de  $n_5$ , todo ello a expensas de una reducción en la centralidad de  $n_6$ .

iii) Queremos insistir aún en otro hecho digno de interés, como el que se expresa en el momento  $G^9$  con respecto a los precedentes. Aquí se han incrementado las frecuencias de conexión con el exterior a partir de todos los nodos excepto  $n_5$  y  $n_6$  que se mantienen constantes, hecho que podría equipararse con la situación a la que se aproxima nuestro sistema de transporte aéreo de cara a la liberalización de 1992: puede comprobarse perfectamente cómo se alteran los valores de la centralidad tanto externa como interna, de donde podría deducirse que tal liberalización afectará a nuestro propio sistema interior de transporte aunque en él no intervenga de modo directo la competencia de empresas de transporte aéreo extranjeras.

iv) Destaquemos, para terminar, que en  $G^{10}$ , la evacuación del sistema se realiza en un solo tránsito y que todos los centros poseen idéntico  $CK_i$  y nulo  $CZ_i$ , situación ideal en la que cada nodo posee su propio sistema de evacuación.

### Conclusiones

i) La gran mayoría de los índices que la Geografía ha incorporado de la Topología para el análisis de las redes de transporte se limitan a proporcionar medidas descriptivas. Estos valores suelen aplicarse, además, a visiones estáticas de los sistemas, distorsionando a menudo la realidad y, lo que es más grave, eludiendo una de las variables básicas de todo sistema de transporte: el movimiento.

ii) La utilización de las cadenas de Markov permite, en algunos casos, imprimir este movimiento al sistema de transporte, sea a partir

---

<sup>3</sup> En las variaciones que experimentan estos nodos influyen al mismo tiempo otras relaciones nuevas como  $v_{3-5}$  y  $v_{3-7}$ .

de supuestos teóricos y de valores hipotéticos, como aquí hemos hecho, o bien utilizando valores reales y supuestos lógicos que estén de acuerdo con el objetivo del análisis.

iii) Las cadenas de Markov, además de proporcionar medidas descriptivas permiten el conocimiento de otras medidas dinámicas —como los coeficientes de centralidad aquí propuestos—, que revelan hasta qué punto las medidas descriptivas enmascaran una parte de la complejidad de funcionamiento de los sistemas. Pueden servir, además, como ya hemos propuesto en otro trabajo (J. Córdoba et al., 1986), como instrumento para la expresión lógico-matemática de fenómenos tan geográficos como áreas de dependencia, tributarias y de organización, regiones funcionales espacialmente discontinuas pero definidas por un sistema de comunicación. En el ejemplo que aquí presentamos, bastaría con invertir los cálculos matriciales para obtener las áreas tributarias de cada coeficiente de centralidad.

#### BIBLIOGRAFÍA

- ACKOFF, R. L. (1960): «Systems, Organisations and Interdisciplinary Research», *General Systems*, n.º 5, pp. 1-8.
- ANTÓN, F. J. (1990): *La organización del transporte aéreo en España: tráfico interior de pasajeros*, Madrid, Ediciones de la Universidad Autónoma.
- BASS, F. M. et al. (1961): *Mathematical Models and Methods in Marketing*, Homewood, R. D. Irwin.
- BESSEHRS, J. M. y LAUMANN, E. O. (1967): «Social distance: a network approach», *American Sociological Review*, n.º 32, pp. 225-236.
- BROWN, L. (1964): «The diffusion of innovation: a Markov chain type approach», *Discussion Paper*, n.º 3. Department of Geography, Northwestern University.
- BROWN, L. y LONGBRAKE, D. B. (1970): «Migration flows in intraurban space: place utility considerations», *Economic Geography*, n.º 46, pp. 368-384.
- CLARK, W. A. V. (1965): «Markov-Chain analysis in Geography: an application to the movement of rental housing areas», *Annals of the Association of American Geographers*, n.º 55, pp. 351-159.
- COLLINS, L. (1972): *Industrial migration in Ontario: forecasting aspects of industrial activity through Markov chain analysis*, Ottawa, Statistics Canada.
- COLLINS, L. (1975): «An introduction to Markov chain analysis». *Geo Abstracts (serie Concepts and Techniques in modern geography)*, n.º 1, University of East Anglia.
- COMPTON, P. A. (1969), «International migration and population change in Hungary between 1959 and 1965», *Transactions*, n.º 47, pp. 111-130. Institute of British Geographers.
- CÓRDOBA, J. (1981a): *El aeropuerto de Madrid-Barajas, estudio geográfico*, Madrid, Editorial de la Universidad Complutense.

- (1981b): «Madrid-Barajas: análisis de las funciones de un gran aeropuerto», *Geographica*, vol. XXIII, pp. 119-148. Instituto de Geografía Aplicada, C.S.I.C.
- CÓRDOBA, J.; MASCAREÑAS, J. M. y VEGAS, J. M. (1986): «La utilización de las cadenas de Markov como instrumento para la definición del espacio regional», *Anales del III Congreso Latino-Ibero Americano de Investigación Operativa de Sistemas*, vol. I, pp. 85-89, Santiago de Chile.
- GARRISON, W. L. (1960): «Connectivity of the interstate highway system», *Papers and Proceedings*, n.º 6, pp. 121-137.
- HAMILTON, F. E. (1967): «Modelos de localización industrial», en R. J. Chorley y P. HAGGET, *La Geografía y los modelos socioeconómicos*, Madrid, IEAL, cap. 6.
- HARVEY, D. (1967): «Models of the evolution of spatial patterns in human geography», en R. J. Chorley y P. Hagget (eds.) *Models in Geography*, Londres, Methuen, cap. 14.
- HOWARD, R. A. (1960): *Dinamic Programming and Markov processes*, Nueva York, John Wiley & Sons.
- KANSKY, K. (1963): «Structure of transport networks: relationships between network geometry and regional characteristics», *Researchs Papers*, n.º 84, Department of Geography, University of Chicago.
- LEVER, W. F. (1972): «The intra-urban movement of manufacturing: a Markov approach», *Transactions*, n.º 56, pp. 21-38, Institute of British Geographers.
- MARBLE, D. (1967): «Some computer programs for geographic research», *Special Publication, Department of Geography*, n.º 1, Northwestern University.
- MORLEY, C. D. y THORNESS, J. B. (1972): «A Markov decision model for network flows», *Geographical Analysis*, n.º 3, pp. 180-193.
- PRIHAR, Z. (1956): «Topological properties of telecommunications networks», *Proceedings of Institute of Radio Enginneering*, n.º 44, pp. 923-933.
- ROGERS, A. (1968): *Matrix analysis of interregional population growth and distribution*, Berkeley, University of California Press.
- SHIMBEL, A. (1953): «Structural properties of communication network», *Bulletin of Mathematical Biophysics*, n.º 15, pp. 501-507.
- THIERAUF, R. J. y GROSSE, R. A. (1972): *Toma de decisiones por medio de investigación de operaciones*, México, Limusa.

RESUMEN.—*Aplicación de cadenas de Markov al análisis dinámico de la centralidad en un sistema de transporte.* Se expone en este artículo la utilidad que ofrecen las cadenas de Markov para el análisis de ciertos aspectos dinámicos del sistema de transporte, como la jerarquía de centros, la centralidad y la cohesión de la red. El trabajo se realiza a partir de un supuesto teórico sobre la red de transporte aéreo española y en él se presta especial atención al proceso metodológico.

PALABRAS CLAVE.—Transporte aéreo. Centralidad. Dinámica de sistemas. Cadenas de Markov.

ABSTRACT.—*Markov-chain applicaton to dynamic analysis of centrality in a transport system.* This paper shows the utilities offered by the Markow-chains for the analysis of certain dynamic aspects of the transport system, like the hubs hierarchy, the centrality and the network cohesion. This work is based on a hipothetical air transport network in which emphasis is given to the metrodological process.

KEY WORDS.—Air transport. Centrality. Dinamic systems. Markov-chain.

RÉSUMÉ.—*L'analyse dynamique de la centralité dans un système de transport d'après les chaînes de Markov.* Cet article verse sur les chaînes de Markov comme outil méthodologique pour l'analyse de certains aspects dynamiques des systèmes de transport, tels que la hiérarchie des centres, la centralité et la cohésion du réseau. L'expérience, qui fait surtout attention au processus méthodologique, porte sur un hypothétique réseau espagnol de transport aérien.

MOTS CLÉ.—Transport aérien. Centralité. Dynamique de systèmes. Chaînes de Markov.