

# LA SIMULACIÓN INFORMÁTICA Y LOS MODELOS DE DIFUSIÓN

POR

JOSÉ MIGUEL SANTOS PRECIADO

## *Introducción*

En sentido estricto, la simulación no es más que una etapa, un apartado más, del proceso general de la construcción de modelos. Una vez que el modelo, como representación operativa del mundo real, ha sido concebido, la simulación imita y reproduce los mecanismos que le confieren dinamicidad.

La técnica de la simulación difiere radicalmente del análisis matemático clásico. Mientras este último propone soluciones analíticas concretas, la simulación ofrece, únicamente, soluciones parciales, que dependen, tanto de las condiciones de partida, múltiples, difíciles de formalizar de manera exclusiva en un lenguaje lógico-matemático, como de la evolución del sistema diseñado. Sin embargo, presenta soluciones sencillas a experiencias particulares, fáciles de reproducir. Cuando la solución analítica resulta imposible, la simulación es la única vía disponible.

El método de la simulación se ha desarrollado ampliamente, tras el triunfo de la revolución informática. La simulación por ordenador funciona bajo unos esquemas simples y reiterativos. Las fases de formalización

José Miguel Santos Preciado. Universidad Nacional a Distancia. Madrid.

Estudios Geográficos  
Tomo LV, n.º 217, octubre-diciembre 1994

de cualquier modelo de estas características son muy semejantes. En primer lugar, los rasgos básicos del modelo a reproducir quedan definidos por un conjunto de variables de estado. Un procedimiento de relación entre las mismas reproduce la dinámica del sistema y conduce a una situación final parcial, que sirve de punto de partida a un proceso aplicado de forma iterativa. Este proceso o algoritmo es traducido a un lenguaje informático, que simula el comportamiento del sistema. La fase final de la construcción del modelo es la verificación del mismo, contrastando los resultados con los datos obtenidos de la realidad, simulando su funcionamiento en diferentes escenarios.

Los modelos de difusión, tal como han sido concebidos tras los estudios realizados por Hägerstrand en Suecia, se prestan a la «identificación de un proceso espacial con una estructura repetitiva» (Tulla, A., 1983), fácilmente reproducible, mediante la técnica de simulación informática. Es este el objetivo fundamental del trabajo que a continuación presentamos.

### *Los procesos de difusión*

La difusión es un proceso geográfico que supone la propagación y extensión de un fenómeno en el espacio, desde unos lugares de origen perfectamente definidos. Se trata, por tanto, de un proceso que debe ser analizado en una dimensión espacio-temporal. Diversos ejemplos pueden ilustrar la naturaleza de tal proceso: el crecimiento urbano a escala mundial o regional, la expansión por contagio de una epidemia, desde uno a varios focos de infección, la adopción de una innovación técnica en un área rural o la extensión urbana de un área residencial de características homogéneas (nivel social, etnia semejante, etc.).

Los elementos claves que definen el proceso de difusión son, fundamentalmente, los focos origen del fenómeno, su naturaleza y los mecanismos que propician su propagación. Como puede deducirse fácilmente de los ejemplos anteriormente expuestos, el fenómeno difundido puede ser de naturaleza material (los asentamientos humanos, una innovación técnica, etc.) o inmaterial (una idea, una forma de conducta, etc.). La transmisión del fenómeno se ve favorecida por los contactos de determinados agentes o elementos activos con los agentes o elementos que potencialmente pueden sufrir contagio. Estos últimos se transforman,

automáticamente, desde el momento de su conversión, en nuevos agentes capaces de difundir y extender el fenómeno de que se trate. Los agentes activos pueden ser variados: el viento, el agua, las personas en contacto directo o indirecto a través de los medios de comunicación, etc. La naturaleza del fenómeno y los mecanismos de transmisión resultan, lógicamente, decisivos en el modelo de difusión y en la velocidad de propagación.

El proceso de difusión de un fenómeno rara vez se produce isotrópicamente en el espacio. La velocidad e intensidad de transmisión del mismo puede estar influenciada por factores de carácter múltiple. Diversos obstáculos físicos (existencia de montañas, lagos, etc.) incrementan la fricción del espacio, disminuyendo la velocidad de propagación. En otros casos, la isotropía del terreno puede verse alterada por la existencia o no de unos medios de transporte adecuados, que suponen canales preferentes de la transmisión, o por el nivel social y cultural de los habitantes de cada área que puede resultar decisivo en la mayor o menor receptividad de los sujetos a adquirir una innovación.

La otra variable a considerar es el tiempo. La mayoría de los modelos de difusión tratan la variable temporal de forma discreta, con incrementos regulares de la misma. Si el número de contactos entre individuos permanece constante y el de nuevos adeptos es similar, el fenómeno tendería a expansionarse exponencialmente en el tiempo. Así, si suponemos que el número de agentes iniciales de 100 y en cada intervalo regular del tiempo, cada uno de ellos es capaz de transmitir o contagiar el fenómeno a dos nuevos, con un ritmo que se repita de forma constante; el número total de nuevos adeptos crecerá de forma exponencial (figura 1):

$$N = 100 (2^{t+1} - 1)$$

siendo N el número total de adeptos y t el tiempo.

Más frecuente resulta que la difusión de un fenómeno tenga lugar en diversas fases con distinta velocidad de crecimiento. Así, normalmente, existirá una primera fase de arranque, de crecimiento lento, que afectaría únicamente a los individuos más receptivos (caso de la difusión de una innovación); una segunda, de expansión, en donde la mayoría se incorporaría al proceso y las tasas de crecimiento serían mayores; una tercera, de

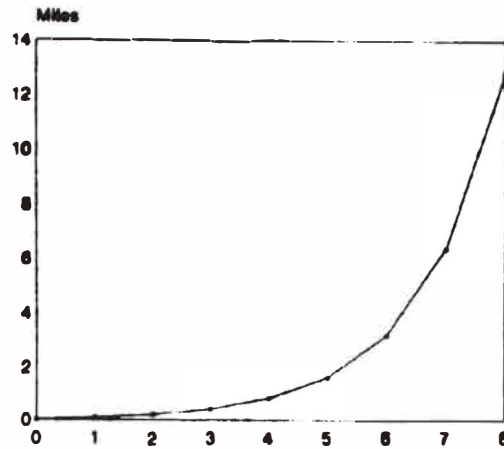


FIGURA 1.—Crecimiento exponencial del número de adeptos, afectados por un proceso de difusión (variación en función del tiempo)

consolidación, donde volvería a disminuir el ritmo de crecimiento, y, finalmente, una fase final de saturación. La representación gráfica del número total de adeptos sería una curva de tipo logístico (figura 2), que obedecería a una ecuación algebraica del tipo:

$$N = \frac{U}{1 + e^{a - bt}}$$

siendo N el número total de adeptos, t el tiempo y U, a y b parámetros a estimar en cada fenómeno en particular.

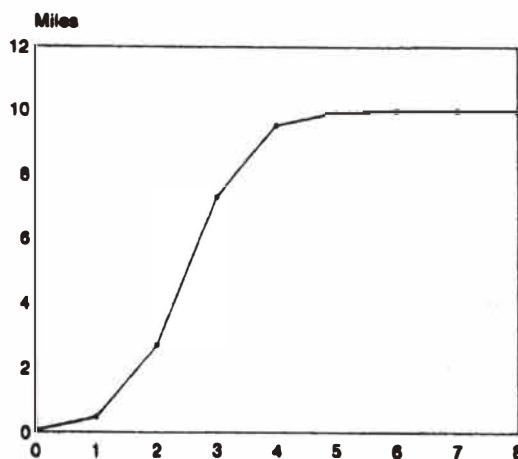


FIGURA 2.—Evolución temporal del proceso de difusión (número de adeptos total), según la curva logística

*Tipos de difusión*

La difusión espacial de un fenómeno presenta diversas tipologías que resultan acordes con la naturaleza del mismo. Según Jordant y Rowntree (1981) existirían tres tipos o formas distintas de producirse la difusión que podrían ser definidas como difusión por contigüidad o contagio, jerárquica y de realocalización (figura 3).

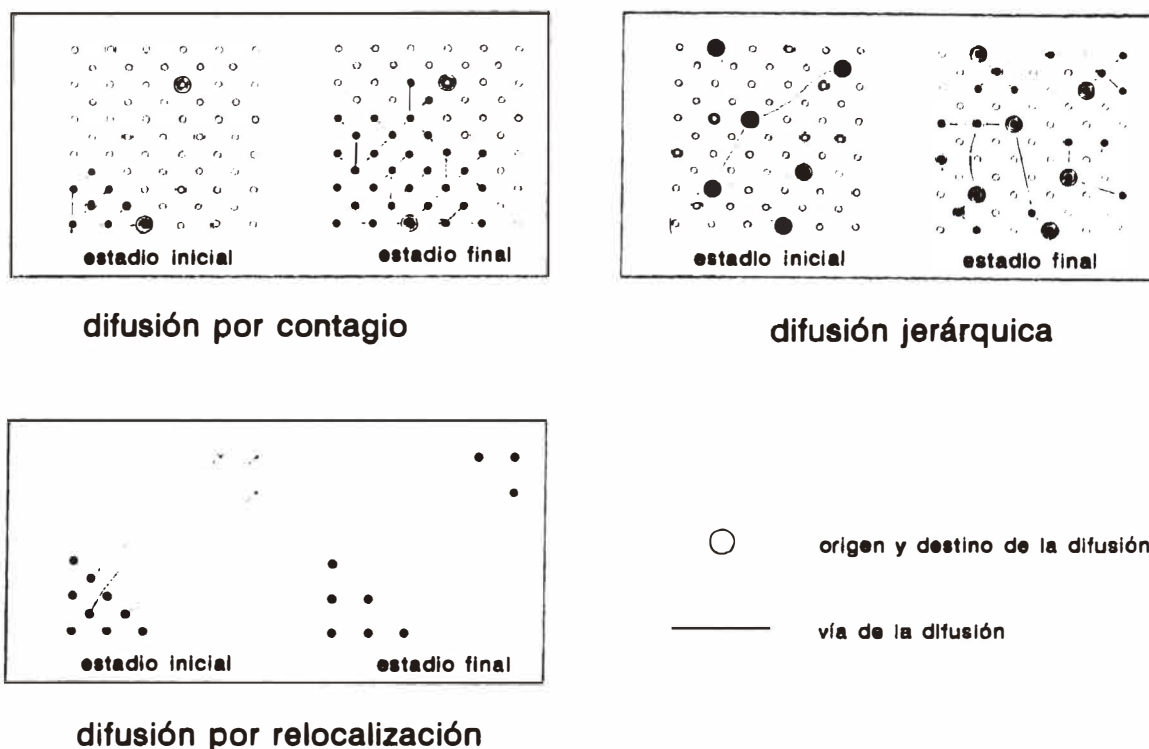


FIGURA 3.—Tipos de difusión I (según Jordant y Rowntree)

La difusión por contigüidad es la mejor conocida por los geógrafos, gracias a los trabajos pioneros realizados por T. Hägerstrand (1968), al estudiar la adopción de nuevas técnicas agrícolas de Escandinavia. La difusión por contagio implica continuidad espacial. El fenómeno que comienza a desarrollarse, desde uno o varios focos, afecta a las áreas más próximas, que a su vez transmiten el mismo a las áreas circundantes, es un modelo de difusión en mancha de aceite. La caída de una piedra en el agua de un estanque y la onda de expansión que provoca es una imagen

bastante expresiva del tipo de propagación al que nos referimos. La difusión de las grandes epidemias, incluido el SIDA, o la expansión urbana de la ciudad son algunos ejemplos que ponen de manifiesto este tipo de formalización espacial.

La difusión jerárquica se muestra, en general, más acorde con la forma en que interactúan los grupos humanos. Los núcleos urbanos se hallan organizados y distribuidos en el territorio de forma jerárquica y la transmisión de muchos fenómenos se produce de forma discontinua, siguiendo el orden de los diferentes escalones de la escala. Un ejemplo puede servir para comprender esta forma de difusión. La moda o las novedades cinematográficas se transmiten siguiendo los niveles de jerarquía territorial; primero entre las grandes ciudades, Nueva York, Londres, París, etc., y luego desde allí a los escalones siguientes, hasta alcanzar el último nivel, el espacio rural. La difusión jerárquica es característica de numerosos procesos que tienen lugar en el campo de la economía y la cultura.

Los dos procesos anteriores presuponen que el número de agentes afectados por la expansión del fenómeno va siempre en aumento con el tiempo. Sin embargo, si imaginamos que el número de personas o elementos afectados por la difusión no crece, sino que cambia de lugar, nos encontramos frente al tercer tipo de difusión.

Otros autores, como A. Dauphine (1987), han introducido nuevos tipos de difusión (figura 4), como la difusión lineal, que seguiría los principales canales de circulación, como los ríos o carreteras construidos por el hombre, afín a la ingeniería del transporte, y la difusión por azar, que podría producirse en cualquier lugar del territorio y no requeriría áreas de origen de expansión del fenómeno, previamente definidas.

Todos estos tipos o formas de producirse la difusión pueden ser consideradas como puros e ideales. En el mundo real, cualquier proceso de difusión podría ser el resultado de la combinación variable de estos extremos.

### *Los modelos de difusión*

Como señalan P. Hagget y R. J. Chorley, en una de sus obras más conocidas, «los modelos pueden considerarse como aproximaciones selectivas que permiten la aparición, en forma generalizada, de los aspectos

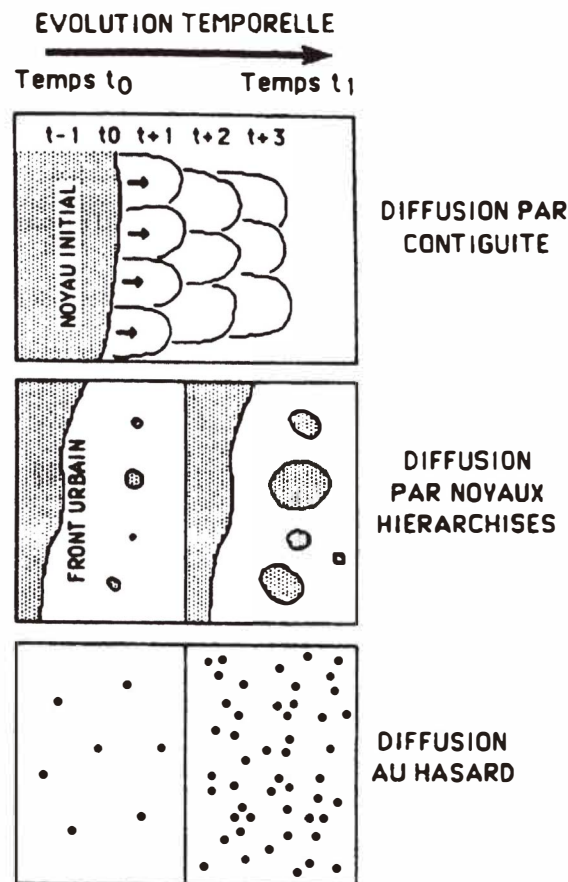


FIGURA 4.—Tipos de difusión II (según A. Dauphine)

fundamentales, necesarios o interesantes del mundo real» (Hagget, P., y Chorley, R. J., 1971). Tras la breve formalización realizada en el apartado anterior, sobre el concepto de proceso de difusión, vamos, a continuación, a desarrollar, operativamente, el mismo, articulando los elementos y mecanismos básicos de propagación del fenómeno en el modelo.

El proceso de difusión es un proceso espacio-temporal que exige, para la elaboración de un modelo teórico operativo, la definición de un conjunto de elementos clave, que afectan, tanto al marco de juego (espacio-tiempo) como a los agentes que participan en el mismo, como a los mecanismos de la transmisión. De acuerdo con ello, deberían, previamente a comenzar la fase de modelización, responderse el siguiente conjunto de interrogantes:

— ¿Consideramos al espacio de forma continua o discreta? En el primer caso, localizaríamos a los agentes de la transmisión por sus coordenadas espaciales, mientras que en el segundo, imaginaríamos el mismo

subdividido en células regulares, generalmente cuadradas, receptáculos de los elementos interactivos.

— ¿Imaginamos el tiempo de forma continua o discreta? La mayoría de los modelos de difusión manejan la variable temporal de esta segunda forma, suponiendo que los mecanismos de propagación del fenómeno se repiten, iterativamente, en períodos de tiempo de longitud constante:  $t = 0, t = 1, t = 2, \dots, t = n$ .

— ¿Comienza el proceso de difusión en unos lugares fijos y concretos o puede producirse desde cualquier lugar del territorio?

— ¿Cuál es el estatus y la distribución espacial de los agentes transmisores de la difusión? Éstos pueden ser subdivididos en tres clases: agentes *activos*, agentes *potencialmente activos*, que no lo son, pero pueden ser afectados por la propagación del fenómeno y elementos *inactivos* que no son susceptibles de ser contagiados.

— ¿La expansión del fenómeno sigue una ley exponencial o de tipo temporal logístico?

— ¿La difusión del fenómeno en el espacio es isotrópica o anisotrópica? En este último caso, ¿cuáles son los factores que pueden modificar la isotropía?

— ¿El proceso de transmisión es mejor descrito de forma determinista o estocástica? Un modelo de difusión estocástico es aquel en que la expansión de un fenómeno en el espacio es el resultado de fuerzas diversas, donde queda incluido el componente del azar. Son, por tanto, contruidos, introduciendo operativamente el concepto de probabilidad. Por contra, los modelos deterministas no dan lugar a la actuación de factores aleatorios y las relaciones entre sus variables fundamentales están perfectamente definidas.

La elaboración de un modelo de difusión, desde uno u otro planteamiento, tiene mucho que ver con la escala de análisis. Así, en el nivel más amplio, macroescala, el proceso suele ser descrito en términos deterministas, mientras que al nivel de microescala suele ser analizado en términos estocásticos. Por tanto, los modelos de contigüidad utilizan en mayor medida el tipo de modelo de contagio, mientras que los modelos jerárquicos lo hacen con el tipo de modelo determinista.

— ¿Cuáles son los factores que determinan, en cada fase de proceso, la



intensidad del contagio y la posición en el espacio de los nuevos elementos afectados? Generalmente, tanto en los modelos estocásticos como deterministas, la variación de elementos activos es una función del volumen de los elementos que interactúan. La diferencia reside más bien en la dirección de desplazamiento, que es fijo en unos y aleatorio en otros. Los modelos estocásticos suelen construirse de acuerdo a una distribución de probabilidades, inversamente proporcional a la distancia.

La diferente combinación de respuestas, en una u otra dirección, permitiría definir las bases de cualquier modelo de difusión que nos plantearemos construir. Como punto de referencia, nos vamos a detener en dos de los tiempos más usados: los modelos de Hägerstrand y los modelos de difusión jerárquica de base interactiva, ya que han servido para la elaboración de los programas informáticos de simulación que presentamos.

*Los modelos de Hägerstrand.*—«El modelo de olas de innovación de Hägerstrand fue considerado, en sentido amplio, como una síntesis descriptiva de los diversos casos particulares de movimientos de difusión que han sido descritos» (Hagget, P., 1976). Hägerstrand considera el proceso de difusión como un proceso fundamentalmente geográfico, donde la transmisión de una innovación tendría lugar por contigüidad o contagio. Con esta intención, el autor elaboró varios modelos, dirigidos a hacer más operativa la teoría de la difusión espacial. Por su mayor grado de desarrollo e interés, nos vamos a detener en analizar el tercero de ellos.

El modelo III de Hägerstrand contiene una serie de presupuestos básicos que facilitan la aplicación de la técnica de simulación de Montecarlo y que podríamos resumir en:

1. El proceso de difusión es subdividido en períodos de tiempo discreto (meses, años).
2. En cada período de tiempo, cada agente innovador puede realizar un número limitado de contactos con otras personas (pueden ser uno o varios).
3. El espacio es subdividido en células regulares (la más sencilla es la cuadrada).
4. La localización de los contactos se establece desde cada cuadrado a todos los que le rodean, de forma probabilística, según el denominado

campo medio de la información. Este campo fue construido por Hägerstrand de manera que la posibilidad de establecer el contacto disminuyera con la distancia, de acuerdo a la ley de gravitación, y a la siguiente fórmula:

$$M_j = 0'76 D_j^{-1'59}$$

Eligiendo una retícula de 5 x 5 (25 cuadrados) y suponiendo al agente innovador localizado en la posición central (figura 5), la probabilidad de desplazamiento, desde el cuadrado central al mismo o a uno cualquiera de los 24 restantes, sería inversamente proporcional a la distancia. Los valores que vienen expresados en cada una de la células cuadradas reflejan el grado o nivel de probabilidad de la duración de desplazamiento.

<b>2.38</b>	<b>3.48</b>	<b>4.17</b>	<b>3.48</b>	<b>2.38</b>
<b>3.48</b>	<b>7.48</b>	<b>13.57</b>	<b>7.48</b>	<b>3.48</b>
<b>4.17</b>	<b>13.57</b>	<b>110.00</b>	<b>13.57</b>	<b>4.17</b>
<b>3.48</b>	<b>7.48</b>	<b>13.57</b>	<b>7.48</b>	<b>3.48</b>
<b>2.38</b>	<b>3.48</b>	<b>4.17</b>	<b>3.48</b>	<b>2.38</b>

FIGURA 5.—Valores proporcionales a las migraciones locales, desde la celdilla central a las que la rodean, en el área de Ashy (Suecia). Los valores han sido estandarizados simétricamente

Transformando los números en probabilidades (suma total la unidad), obtendríamos la matriz de la figura 6, que permitiría plantear la simulación sobre la base de la obtención de un número aleatorio (p.e. 10.000). La tabla de la figura 7 representa los intervalos probabilísticos, correspondientes a los 25 posibles destinos del modelo estocástico construido. Un ejemplo facilita la explicación. Si mediante un procedimiento aleatorio sacáramos al azar un número comprendido entre 1 y 9.999 (ambos inclusi-

0.0096	0.0140	0.0168	0.0140	0.0096
0.0140	0.0301	0.0547	0.0301	0.0140
0.0168	0.0547	0.4431	0.0547	0.0168
0.0140	0.0301	0.0547	0.0301	0.0140
0.0096	0.0140	0.0168	0.0140	0.0096

FIGURA 6.—*Campo medio de la información, o probabilidad de desplazamiento desde el área central a una cualquiera de las que la rodean*

ve), el resultado nos indicaría el lugar de destino del contacto establecido. Si ese número fuera 7.825, la relación se establecería desde la posición central hasta la que ocupa dos posiciones a su derecha.

0001	0097	0237	0405	0545
.0096	.0236	.0404	.0544	.0640
0641	0781	1082	1629	1930
.0780	.1031	.1628	.1929	.2069
2070	2238	2785	7216	7763
.2237	.2784	.7215	.7762	.7930
7931	8071	8372	8919	9220
.8070	.8371	.8918	.9219	.9359
9360	9456	9596	9764	9904
.9455	.9595	.9763	.9903	.9999

FIGURA 7.—*Intervalos probabilísticos sobre la base del número 9.999*

El proceso de simulación se repetiría para el resto de los agentes innovadores, obteniendo así la localización de los nuevos elementos contagiados.

5. El campo medio de información podría verse afectado por barreras físicas (existencia de montañas, etc.) o humanas (ausencia/presencia de población, diferente receptividad a la innovación, etc.), de manera que variará la probabilidad de desplazamiento a cada célula.

6. El proceso se repetiría de forma iterativa en el tiempo, partiendo en cada momento de la situación final del período anterior.

7. En cada intervalo de tiempo, el número de nuevos adeptos a la innovación puede ser simulado de varias maneras; bien de forma exponencial o siguiendo una función de tipo logístico.

El resultado de la aplicación reiterada del mecanismo de la simulación conduce a la expansión del fenómeno.

Aunque cada individuo pueda producir una única relación, la materialización de cientos e incluso miles de contactos permite reflejar en el espacio y el tiempo las tendencias inherentes al modelo, tal como puede apreciarse en la figura 8.

*Los modelos jerárquicos de base determinista.*—Es frecuente elaborar modelos deterministas del proceso de difusión espacial, si los lugares que interactúan poseen un elevado volumen de población. El número de contactos establecidos entre cada dos núcleos puede ser calculado mediante una relación matemática próxima al modelo gravitatorio. Así, la frecuencia de contactos entre los lugares  $i$  y  $j$ , en dirección  $i \rightarrow j$ , quedaría definida, en función de la distancia entre ambos  $d_{ij}$ , la población de  $j$ ,  $P_j$ , y el número de personas que han adoptado la innovación en  $i$ ,  $A_i$ :

$$F = k \frac{(A_i P_j)^a}{d_{ij}^b}$$

siendo  $k$ ,  $a$  y  $b$  parámetros constantes.

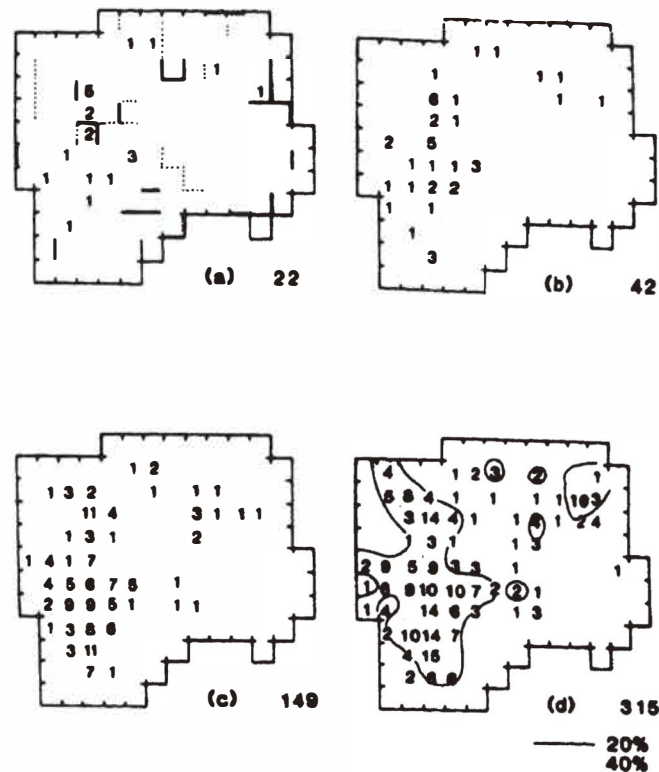


FIGURA 8.—Ejemplo de difusión, según el modelo de Hägerstrand

El número total de contactos de cada lugar  $j$ , en cada fase de expansión del fenómeno, sería la suma de los efectos interactivos producidos desde el resto de los lugares, incluido el mismo (fijado el valor de una distancia interna  $d_{jj}$ ):

$$F_{total} = \sum_{i=1}^n k \frac{(A_i P_j)^a}{d_{ij}^b}$$

El modelo se construye igualmente de forma iterativa, de manera que el número de nuevos adeptos va incrementándose, en cada lugar, hasta alcanzar un valor máximo de acuerdo al momento de saturación.

El modelo puede ser complementado, suponiendo que los lugares que interactúan lo hacen de forma jerárquica. Así, de acuerdo con la figura 9, los núcleos urbanos A, B, C y D podrían ser considerados como lugares

centrales de nivel I, en el escalón jerárquico. La difusión del fenómeno tendría lugar, de forma interactiva, entre los núcleos de mayor nivel, en cada uno de los intervalos de tiempo discretos definidos al efecto. Posteriormente, desde cada lugar central de nivel máximo, la difusión se produciría hacia los lugares centrales de nivel inferior, de acuerdo igualmente a la ley gravitatoria, y aún de estos hacia otros de escalón inferior.

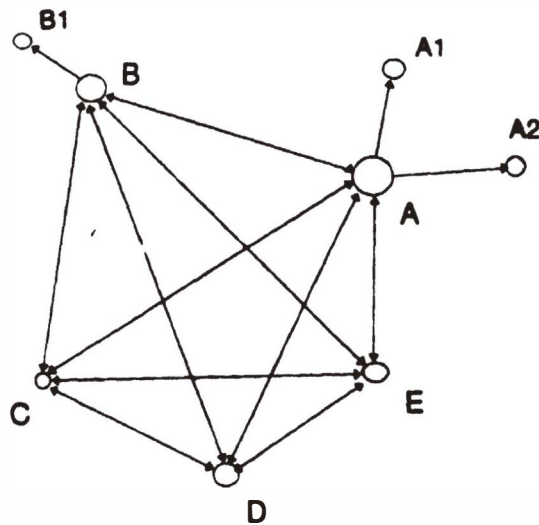


FIGURA 9.—Modelo de interacción jerárquica

Un ejemplo concreto puede ayudar a comprender mejor el mecanismo de transmisión. Supongamos cuatro núcleos urbanos A, B, C, D con los volúmenes de población indicados en el cuadro I y tres satélites  $A_1$ ,  $A_2$  y  $B_1$ , que dependen de los núcleos A y B. El proceso de difusión parte del lugar central A, con 100 adeptos iniciales y suponemos que es el elemento dinamizador del mismo.

En el período  $t = 0$ , el núcleo A poseería 100 adeptos e interactuaría con los otros núcleos B, C, D (e incluso consigo mismo) de acuerdo a una relación del tipo:

$$F = k \frac{(A_i P_j)^a}{d_{ij}^b} = \frac{(A_i P_j)^{0.5}}{d_{ij}^2}$$

Los nuevos adeptos serían los siguientes:

$$F_{A-A} = 50 \frac{(100 \cdot 200.000)^{0,5}}{20^2} = 559$$

$$F_{A-B} = 50 \frac{(100 \cdot 500.000)^{0,5}}{100^2} = 35$$

$$F_{A-C} = 50 \frac{(100 \cdot 300.000)^{0,5}}{120^2} = 19$$

$$F_{A-D} = 50 \frac{(100 \cdot 100.000)^{0,5}}{150^2} = 7$$

CUADRO I  
MODELOS DE INTERACCIÓN JERÁRQUICA. CÁLCULO DE LA EVOLUCIÓN DEL  
NÚMERO DE ADEPTOS

Lugar	Volumen de Población	t=0	t=1	t=2	t=3
A	200.000	100	659	...	...
A <sub>1</sub>	10.000	-	64	...	...
A <sub>2</sub>	8.000	-	26	...	...
B	500.000	-	35	...	...
B <sub>1</sub>	20.000	-	9	...	...
C	300.000	-	19	...	...
D	100.000	-	7	...	...

Matriz de distancias (Km.)

	A	B	C	D
A	20			
B	100	20		
C	120	100	20	
D	150	80	70	20

El número de adeptos, después de esta primera fase, sería la suma de los existentes y los nuevos:

$$A_a = 100 + 559 = 659$$

$$A_b = 35 + 0 = 35$$

$$A_c = 19 + 0 = 19$$

$$A_d = 7 + 0 = 7$$

Cada núcleo jerárquico de mayor orden, transmitiría a sus núcleos satélites siguiendo una ley semejante:

$$F_{A-A_1} = 10 \frac{(659 \ 10.000)^{0.5}}{20^2} = 64$$

$$F_{A-A_2} = 10 \frac{(659 \ 8.000)^{0.5}}{30^2} = 26$$

$$F_{B-B_1} = 10 \frac{(35 \ 20.000)^{0.5}}{30^2} = 9$$

El proceso podría repetirse en diferentes escalones sucesivos.

Los valores de los nuevos adeptos vienen recogidos en la columna correspondiente al valor  $t = 1$ . En fases sucesivas, podría simularse la relación interactiva entre los diversos núcleos urbanos, de forma iterativa.

### *La simulación como técnica de confección de modelos de difusión*

Los modelos de difusión, descritos en el apartado anterior, pueden ser contruidos mediante procesos de simulación del mundo real. «La simulación supone modelizar una situación en la que los elementos son representados por procesos aritméticos y lógicos, que pueden ser ejecutados por un ordenador, con la finalidad de predecir comportamientos dinámicos de la misma» (Emshoff, J. R., 1970).

Los elementos claves de cualquier proceso de simulación son tres: el «input», que representa la situación de partida; el «algoritmo», o conjunto de ecuaciones que dotan de dinamicidad al modelo simulado, y el «output», o representación de la situación final (Maguire, D. J., 1989). En el caso particular de los modelos de difusión, el input queda definido por la



distribución espacial de la población en el momento inicial (y de los diversos tipos de agentes transmisores de la misma), el algoritmo matemático reproduce el mecanismo de la difusión, y el output representa la distribución final de la población, tras la finalización del proceso.

En este tipo de modelos, el espacio y el tiempo pueden ser tratados de forma discreta o continua. En la simulación temporal continua, la dinámica del tiempo se genera sin cortes ni intervalos de referencia, mientras que lo contrario ocurre en la discreta. En esta última, la simulación puede ser de dos tipos. En el primero, el tiempo se subdivide en períodos de tiempos regulares, que el ordenador simula a modo de un reloj. Existe una segunda forma de simulación en la que los cortes temporales se desarrollan de forma no homogénea, de acuerdo a los acontecimientos.

El espacio puede ser considerado, igualmente, continuo o discreto. En el espacio continuo, la situación espacial queda definida algebraicamente por las coordenadas respecto a unos ejes de referencia. Por contra, el espacio discreto contempla la posibilidad de subdividir el mismo en unidades continuas de tamaño igual o diferente. Así, podríamos superponer al espacio una malla cuadrada y definir un conjunto de células discretas, que servirían como receptáculo de recogida y posicionamiento de las variables representativas del fenómeno a observar. Igualmente, podríamos considerar el espacio integrado por elementos discontinuos, interactuando a distancia.

La trayectoria de un sistema espacio-temporal continuo se fundamenta en las tasas de cambio de las variables-clave. La simulación del modelo se realiza mediante ecuaciones diferenciales. En el caso del sistema discreto, la variación del tiempo se simula a saltos y la progresión del fenómeno se produce por aplicación del algoritmo matemático en diversos intervalos de tiempo (figura 10).

La simulación informática es una técnica de construcción de modelos, cada vez más utilizada por los geógrafos de las diversas ramas de nuestra disciplina. La versatilidad del uso del ordenador y su creciente capacidad de cálculo a coste más reducido lo definen como una excelente herramienta en la simulación de procesos geográficos mediante modelos.

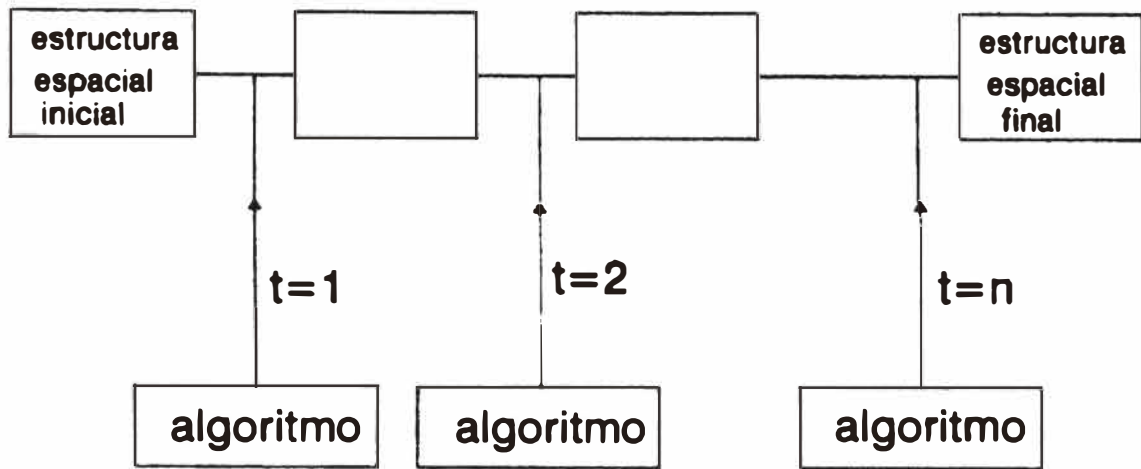


FIGURA 10.—*Simulación del proceso de difusión*

*Aplicación de la técnica de simulación informática a la construcción de modelos de difusión*

Los lenguajes de simulación resultan más fácilmente aplicables en la reproducción de modelos espacio-temporales discretos. En nuestro caso, hemos utilizado este tipo de modelos, aplicados a la reconstrucción de los procesos de difusión, mediante la confección de programas informáticos escritos en Basic.

Ha sido nuestra intención consciente la elaboración de programas de ordenador que permitieran enlazar las salidas con un SIG raster, de modo que resultase más sencilla la gestión de la información resultante, así como su representación cartográfica. Para conseguirlo, hemos simulado la estructura espacial mediante una matriz cuadrada de 100 x 100 (podría haberse utilizado cualquier dimensión) con el objeto de recoger la información de las variables objeto de estudio, de forma georeferenciada. Los programas construidos permiten dar salida a la información en los momentos (definidos de forma discreta  $t = 1, t = 2, \dots$ ) que el usuario de los mismos considere oportuno, almacenando dicha información en ficheros ASCII, en vectores columna.

El sistema de información geográfica empleado ha sido IDRISI. Los programas Basic son generados con la extensión .IMG, con un nombre secuencial en el tiempo (TIEMPO 1, TIEMPO 2,...), de manera que

puedan ser documentados por el propio SIG. El comando DOCUMENT permite, ya dentro de IDRISI, precisar el tipo de datos y la estructura espacial (número de filas y columnas), de manera que sea fácil la gestión posterior de la información geográfica. Hemos utilizado, asimismo, el comando RECLASS, con la intención de generar intervalos discretos, a modo de líneas de nivel, de la difusión del fenómeno a estudiar, y el comando DISPLAY como forma rápida de comparar los resultados cartográficos.

Los programas Basic han sido confeccionados desde la doble perspectiva de modelos probabilísticos y determinísticos. En los primeros, el algoritmo que reproduce la difusión introduce un factor aleatorio y la expansión del fenómeno tiene lugar siguiendo el modelo epidemiológico del contacto. Por su parte, los modelos deterministas simulan la relación interactiva a distancia, de forma jerárquica, de manera que los flujos de relación no dependen del azar sino de unas ecuaciones matemáticas precisas.

La estructura general de los programas elaborados difiere según sea el modelo elegido. Así, para los modelos de difusión estocásticos, los programas contienen las siguientes partes diferenciadas:

a) Almacenamiento de la información de partida, o «input» en una matriz  $v1$  (110, 100), definiendo, individualmente, la distribución espacial de los agentes activos de la difusión.

b) Reproducción del algoritmo de expansión o difusión del fenómeno, mediante una matriz de  $5 \times 5$ , representativa del campo medio de la información. El programa simula para cada célula que contenga un valor no nulo (que exista algún agente activo en la celdilla en cuestión) la posición de destino del nuevo agente que ha sido contagiado, de manera aleatoria, de acuerdo a las probabilidades de la matriz. Las células afectadas pueden ser todas, cada fase del proceso (expansión exponencial), o simularse al azar siguiendo la ley logística.

c) Simulación del paso del tiempo de forma discreta.

d) Representación en pantalla de alguno de los resultados obtenidos (posición del elemento afectado durante el proceso y números total de elementos a su conclusión). El programa permite tres opciones diferentes en cada intervalo de tiempo en el que el proceso se reconstruye: continuar sin grabar, grabar en fichero los resultados parciales o finalizar.

Los programas han sido elaborados con la posibilidad de introducir información relativa a celdillas barrera, variando así la probabilidad de difusión del fenómeno en una dirección u otra. La información complementaria sería, en este caso, la situación de las células barrera y el porcentaje de posibilidad de rechazo, en caso de haber sido seleccionadas como lugares de destino. Así, si el porcentaje fuera del 70 %, significaría que después de ser elegidas al aplicar el algoritmo general, se superpondría un nuevo mecanismo de rechazo aleatorio con un 30 % de éxito y un 70 % de fracaso.

Los programas elaborados según los modelos deterministas constarían de las siguientes partes:

a) Almacenamiento de la información inicial en una matriz  $v_1$  (100, 100), definiendo, individualmente, las características de los núcleos y su nivel de jerarquía (posicionamiento espacial, población y número de agentes activos, capaces de iniciar la interacción).

b) Reconstrucción del algoritmo de interacción de acuerdo a una ley gravitatoria que tenga en cuenta el peso de la población activa y total y la distancia. La interrelación se establece en dos etapas, tal como ha sido mostrado en el apartado 3.2. La primera tiene lugar entre todos los núcleos de nivel jerárquico superior, de dos en dos, en doble dirección. En una segunda etapa, cada núcleo establecería relación con los de nivel superior.

c) Simulación del paso del tiempo de forma discreta.

d) Representación en pantalla de los resultados parciales (número de agentes afectados por la difusión en cada núcleo).

### *Análisis de los resultados*

Expresamos, a continuación, la estructura general de varios programas informáticos, diseñados de acuerdo a los contenidos del apartado anterior, así como los resultados obtenidos, una vez volcada la información en el SIG raster IDRISI. Evitamos la transcripción íntegra de los mismos, ya que su exposición detallada excede las posibilidades de publicación en un trabajo de la naturaleza del que presentamos. Sin embargo, los lectores interesados en disponer de una información completa de

alguno de ellos pueden contactar con el autor y recibirán una copia de los mismos en soporte magnético.

En orden de menor a mayor complejidad, así como diferenciados por su temática específica el contenido sintético de los mismos sería el siguiente:

*Modelo de difusión por contagio, exponencial, a partir de varios puntos de origen, en un espacio homogéneo.*—Este primer modelo simula el proceso de difusión a partir de varios puntos de origen, definidos por sus coordenadas, con desigual peso de partida, en un espacio homogéneo, de forma exponencial en el tiempo. El programa que reproduce la simulación ha sido confeccionado de forma que en cada intervalo de tiempo son afectados todos los agentes de transmisión del fenómeno.

El esquema general del contenido del programa constaría de las siguientes fases (figura 11):

- a) Dimensionar las matrices de recogida de la información.
- b) Almacenar los datos relativos a los centros de difusión.
- c) Almacenar la matriz del campo medio de información.
- d) Realizar un ciclo repetitivo (subrutina difusión) que determine, para cada momento en el tiempo (en una secuencia temporal  $t = 1, 2, 3, \dots, n$ ), la posición geométrica de los elementos contagiados, de acuerdo a la posición primitiva de los agentes activos y a las probabilidades definidas por la matriz del campo medio de información. Todos los elementos, activos y contagiados, se convierten, a su vez, en nuevos centros emisores, creciendo el número total de elementos afectados según una progresión geométrica de razón dos.
- e) Grabar, en ficheros temporales (subrutina grabar), los resultados parciales de cada fase de la difusión. La disposición de los valores en la matriz de  $100 \times 100$  se vuelca sobre un vector de dimensión 10.000, siguiendo el barrido del contenido de cada fila.

El modelo de difusión se ha aplicado a un ejemplo concreto a partir de tres puntos definidos por sus coordenadas: (32, 32), (40, 40), y (50, 75). La variación total de elementos sigue una ley exponencial y diversas salidas del programa en los intervalos  $t = 6$ ,  $t = 9$  y  $t = 12$  permiten hacerse una idea del proceso de difusión, tal como es reproducido por IDRISI (figura 12).

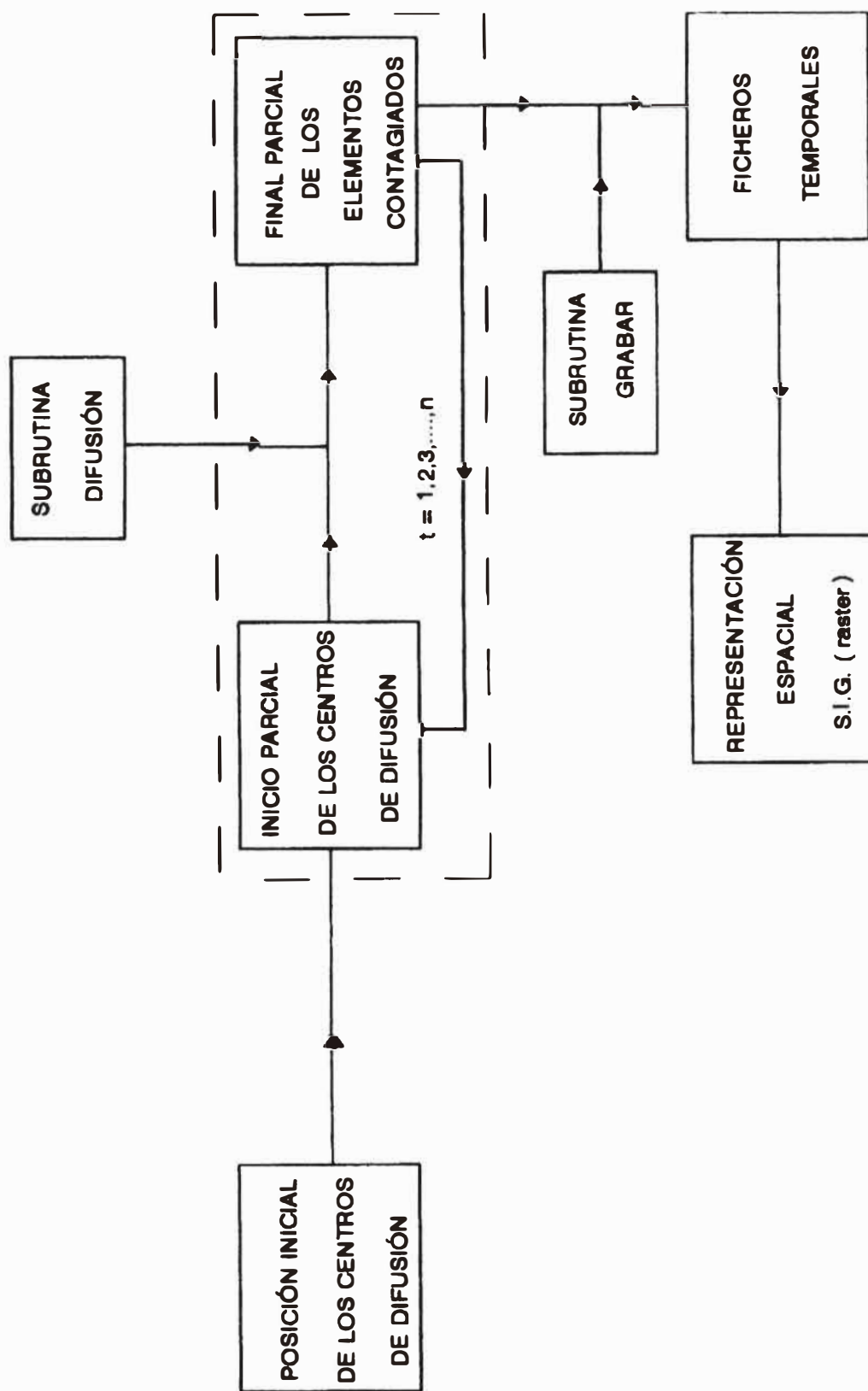


FIGURA 11.—Esquema gráfico de la estructura del programa

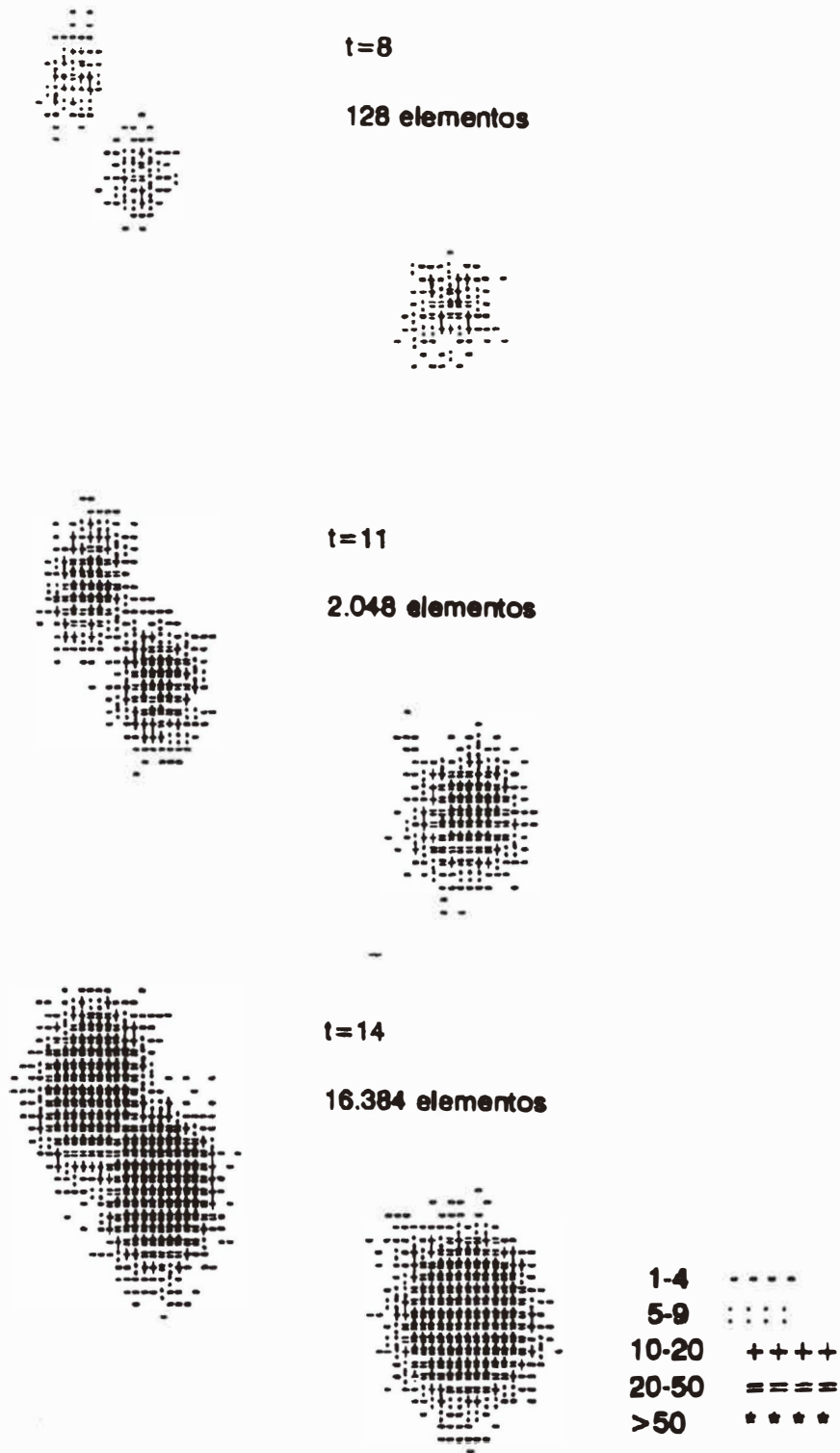


FIGURA 12.—Evolución del modelo de difusión por contagio, exponencial, en un espacio isotrópico

*Modelo de difusión por contagio, según una ley logística, a partir de varios puntos de origen, en un espacio homogéneo.*—Este modelo simula el proceso de difusión en las mismas condiciones de partida del anterior, variando, únicamente, la forma de definir el número de contagios y los agentes activos que lo provocan. En este caso, se simula una variación del número total de agentes contagiados según una ley del tipo logístico.

$$n = \frac{U}{1 + e^{a-bt}}$$

La simulación del modelo puede ser reproducida mediante un programa informático, cuya estructura es completamente semejante al anterior. En esta ocasión, el ciclo realizado por la subrutina difusión se aplica de manera aleatoria a cualquiera de los agentes potenciales de transmitir el contagio. El número de elementos afectados en cada fase se calcula por el incremento de la función logística en los diversos intervalos de tiempo considerados  $t = 1, 2, 3, \dots, n$ .

La variación temporal de los agentes afectados por la difusión sigue una ley bastante diferente a la del ejemplo anterior, como puede apreciarse en la representación cartográfica del proceso (figura 13).

La variación temporal de los agentes afectados por la difusión sigue una ley bastante diferente a la del ejemplo anterior, como puede apreciarse en la representación cartográfica del proceso (figura 13).

*Modelo de difusión por contagio exponencial, a partir de varios puntos, en un espacio heterogéneo (con barreras espaciales).*—El modelo simula el proceso de difusión en las mismas condiciones del caso «a», aunque en un espacio anisótropo. De esta manera, la trayectoria de destino de cada contagio está condicionada doblemente: por la matriz del campo medio de información y por la variación espacial de la probabilidad de éxito.

El esquema del programa que presentamos es el siguiente (figura 14):

- a) Dimensionar las matrices de recogida de la información.
- b) Almacenar los datos relativos a los centros de difusión.
- c) Almacenar la matriz del campo medio de información.
- d) Almacenar la información relativa a las barreras de la difusión,





FIGURA 13.—Evolución del modelo de difusión por contagio, según una ley de tipo logístico, en un espacio isotrópico

así como las probabilidades de rechazo o aceptación de cada una de las celdas que las integran.

e) Realizar un ciclo repetitivo (subrutina difusión) que determine, para momento en el tiempo (en una secuencia temporal  $t = 1, 2, 3, \dots, n$ ), la posición geométrica de los elementos contagiados, de acuerdo a la posición primitiva de los agentes activos y a las probabilidades definidas por la matriz del campo medio de información. Todos los elementos, activos y contagiados, se convierten, a su vez, en nuevos centros emisores, creciendo el número total de elementos afectados según una progresión geométrica de razón dos.

f) Filtrar los resultados obtenidos en la fase anterior (subrutina trayecto), comprobando si los lugares de destino coinciden o no con alguna de las celdas de la barrera. En caso negativo, el proceso continua los pasos del modelo «a», mientras que en caso afirmativo, se aplica, de acuerdo a la probabilidad establecida, si el lugar de destino se acepta como correcto o debe repetirse la operación.

g) Grabar, en ficheros temporales (subrutina grabar), los resultados parciales de cada fase de la difusión. La disposición de los valores en la matriz de  $100 \times 100$  se vuelva sobre un vector de dimensión 10.000, siguiendo el barrido del contenido de cada fila.

El modelo ha sido aplicado a un ejemplo concreto, con difusión desde dos puntos de coordenadas (30, 30) y (40, 40), con una barrera recta (filas 35 y 36 de la matriz de  $100 \times 100$ ), que incrementa la resistencia al desplazamiento sobre el espacio con diverso grado de resistencia.

Los resultados obtenidos, con diferentes niveles de fricción de la barrera espacial, vienen representados en la figura 15.

*Modelo de interacción a distancia, con dos niveles jerárquicos.*—El modelo que exponemos a continuación simula un proceso de interacción a distancia entre un conjunto de ciudades, organizadas en dos niveles jerárquicos diferentes. La información de partida se refiere a las coordenadas de posicionamiento de cada núcleo urbano, su volumen poblacional y el número de agentes dinamizadores de la interacción. La misma viene recogida de forma vectorial.

El valor de la interacción es calculado, siguiendo una ley gravitatoria, con diferentes constantes de proporcionalidad según el escalón jerárquico.

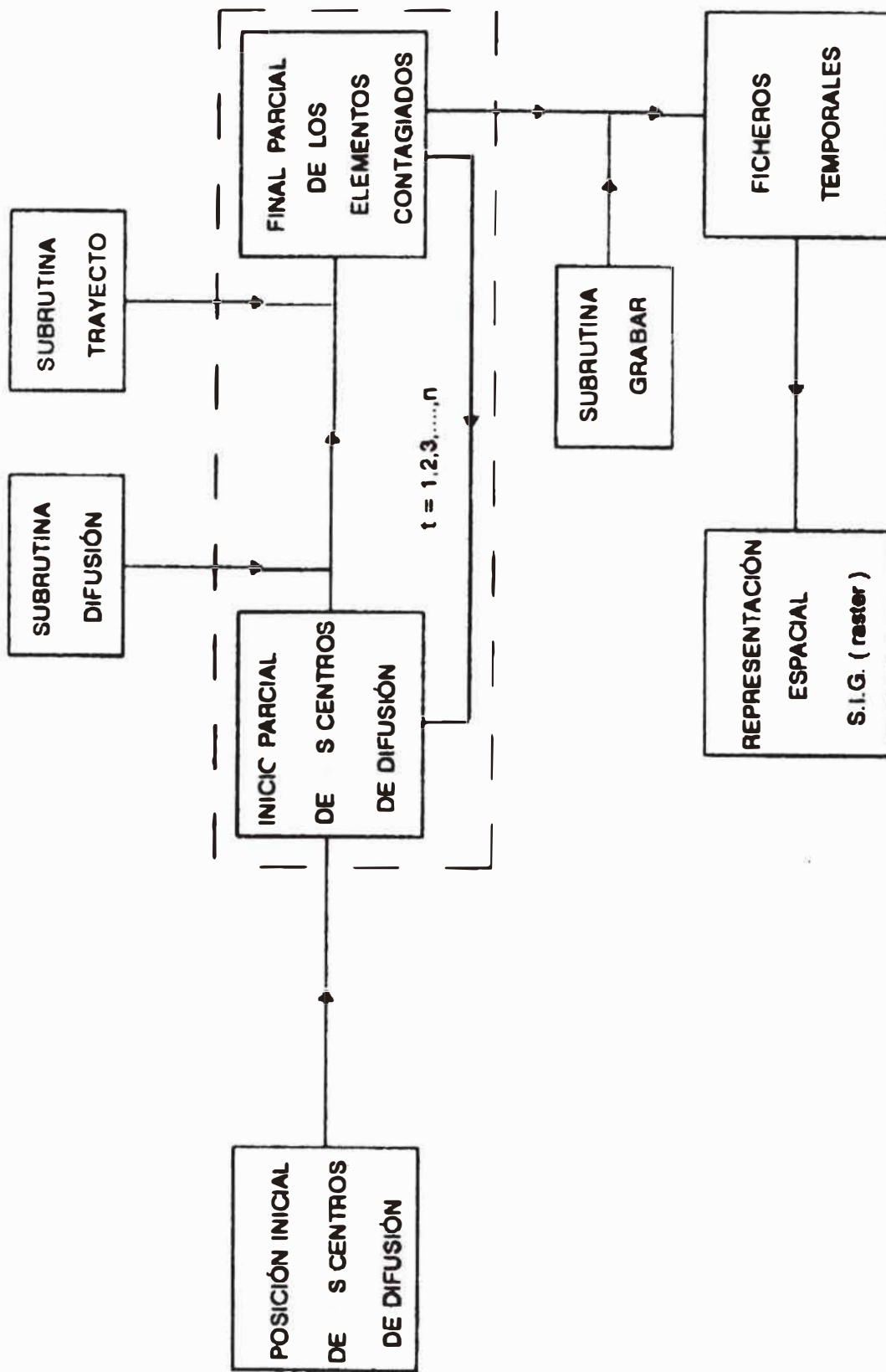


FIGURA 14.—Esquema gráfico de la estructura del programa

Asimismo, si la relación no supera un valor determinado la interacción se considera nula.

El proceso se simula en dos fases diferenciadas. La primera tiene lugar entre las ciudades de mayor rango de forma biunívoca entre ellas, mientras la segunda se produce de la ciudad de mayor nivel a las ciudades satélites. La variación temporal se reproduce de forma discreta.

El esquema del programa informático elaborado a tal fin consta de las siguientes fases:

- a) Dimensionar los vectores de recogida de la información.
- b) Almacenar la información correspondiente a las ciudades (coordinadas y población), ordenadas de forma jerárquica.
- c) Dimensionar y recoger información varia (número de ciudades principales y satélites, distancia interna, constantes de interacción y umbrales de interacción).
- d) Realizar un ciclo repetitivo (subrutina interacción) que calcule en cada fase la interrelación existente entre las ciudades de primer orden, aumentando la población en cada una de ellas en el volumen resultante de la misma. En una segunda etapa, se halla la relación, unidireccional, de cada ciudad con sus satélites.

Los valores de las sucesivas interacciones, aplicados a un caso concreto (cinco ciudades principales: A, B, C, D y F, y tres ciudades satélites  $A_1$ ,  $A_2$  y  $B_1$ ; difusión de la población desde la ciudad A, con valor inicial 100) quedan recogidas en el cuadro II.

### *Conclusiones*

La contribución teórica de la obra de T. Hägerstrand ha resultado definitiva en el desarrollo de los modelos de difusión, tanto en la formalización conceptual de este tipo de proceso espacio-temporal como mediante la aportación de técnicas que facilitan su operatividad. En este sentido, la técnica de Montecarlo, utilizada por el autor sueco, supone una forma ingeniosa de simular el proceso geográfico de la difusión, simplificando la realidad, pero ofreciendo una interesante vía para su reconstrucción mediante un modelo deductivo.

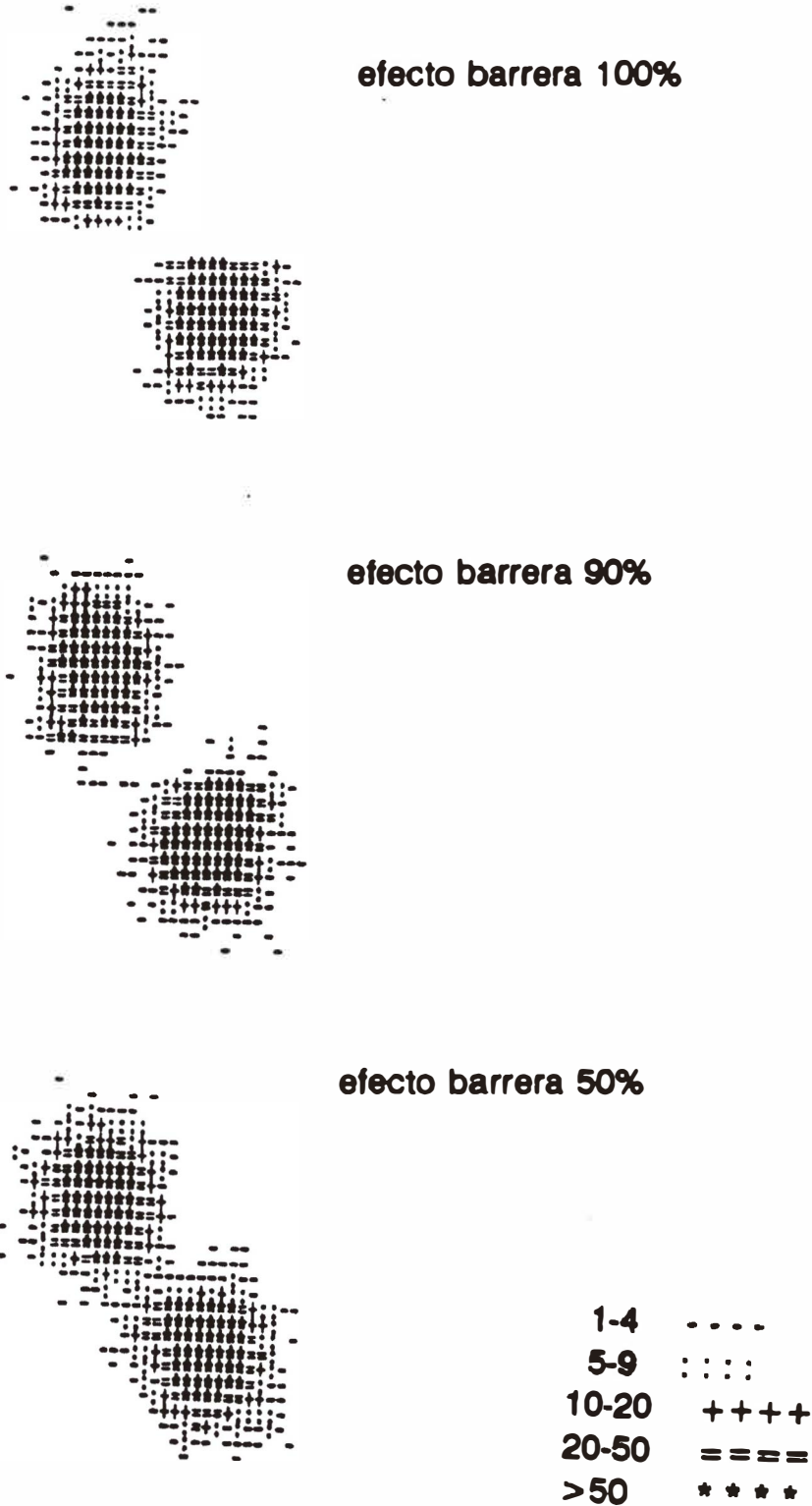


FIGURA 15.—Evolución del modelo de difusión por contagio, exponencial, en un espacio anisotrópico

CUADRO II  
EVOLUCIÓN DEL NÚMERO DE ADEPTOS, SEGÚN EL MODELO DE  
INTERACCIÓN JERÁRQUICA

Lugar	número de adeptos			
	t=0	t=1	t=2	t=3
A	100	724	2858	8029
A <sub>1</sub>	-	117	350	740
A <sub>2</sub>	-	65	195	413
B	-	93	1358	5941
B <sub>1</sub>	-	56	272	725
C	-	53	843	3476
D	-	19	447	2155
E	-	304	5064	22670

Los lenguajes de simulación, elaborados mediante programas informáticos, han demostrado ser una inestimable herramienta para la construcción de este tipo de modelos. Desde esta perspectiva, los programas que presentamos pretenden ofrecer, únicamente, la perspectiva de aplicación de esta técnica en la confección de modelos, que puedan servir, tanto en el campo de la investigación como en el de la enseñanza. La posibilidad de producir y evaluar complicados modelos teóricos en un tiempo reducido ha abierto una nueva dimensión en el análisis científico del mundo real. Igualmente, resulta un útil didáctico inapreciable, al permitir al alumno desarrollar su capacidad de pensamiento lógico en la comprensión de fenómenos y en la resolución de problemas geográficos.

#### BIBLIOGRAFÍA

- ARACIL, J. (1987): *Introducción a la dinámica de sistemas*, Alianza Editorial, Madrid.
- BERRY, B. (1972): «Hierarchical diffusion: The basis of developmental filtering and spread in a system of growth centers», in N. HAUSEN (ed.): *Growth centers in regional economic development*, Free Press, New York.
- BOSQUE SENDRA, J. (1988): «La simulación por ordenador de los procesos sociales», *Aplicaciones de la informática a la Geografía y las Ciencias Sociales*, Ed. Síntesis, Madrid.
- BRAUNSCHWEIG, B. (1984): *La simulation sur micro-ordinateur*, Eyrolles, París.
- BROWN, L. A. (1981): *Innovation diffusion. A new perspective*, Methuen, London.
- CLARK, G. (1984): *Innovation diffusion. Contemporary geographical approaches*, Geo-Books, Norwich.

- DAVIES, S. (1979): *The diffusion of process innovations*, Cambridge University Press, Cambridge.
- DAUPHINE, A. (1987): *Les modeles de simulation en Geographie*, Economía, París.
- EMSHOFF, J. R., y SISSON, R. L. (1970): *Design and use of computer simulation models*, MacMillan, Londres.
- HÄGERSTRAND, T. (1968): *Diffusion of innovations*, University Press of Chicago, Chicago.
- HAGGET, P., y CHORLEY, R. J. (1971): *La Geografía y los modelos socio-económicos*, I.E.A.L., Madrid.
- HAGGET, P. (1976): *Análisis locacional en Geografía Humana*, Gustavo Gili, Barcelona.
- HAINING, R. (1982): «Interaction models and spatial diffusion processes», *Geographical Analysis*, n. 14, pp. 95-108.
- HAYNES, K. E., y FOTHERINGHAM, A. S. (1984): *Gravity and spatial interaction models*, Sage, Newbury Park.
- JORDAN, T., y ROWNTREE, L. (1981): *The human mosaic*, Canfield, San Francisco.
- JUARISTI, J. (1990): «Enseñanza y práctica de la dinámica de sistemas en Geografía: el programa Stella», *Actas del IV Coloquio de Geografía Cuantitativa*, Servei de Publicacions de la IUB, Palma de Mallorca.
- JUARISTI, J. (1992): «Perspectivas sobre los modelos espaciales evolutivos», *Actas del V Coloquio de Geografía Cuantitativa*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza, Zaragoza.
- LEVENTHAL, L. A. (ed.) (1982): *Modeling and simulation in microcomputers*, S.C.S., La Jole.
- MAGUIRE, D. J. (1989): *Computers in Geography*, Longman Group, New York.
- MORRIL, R. (1968): *Waves of spatial diffusion* *Journal of Regional Science*, n. 8, pp. 1-18.
- MORRIL, R., GAILE, G. L., and THRALL, G. I. (1988): *Spatial diffusion*, Sage, Newbury Park.
- ROGERS, E. M. (1983): *Diffusion on innovations*, Free Press New York.
- ROBERTS, N., y ANDERSEN, D. (1983): *Introduction to computer simulation*, Reading, Addison Wesley.
- TULLA, A. F. (1983): «El modelo de difusión de T. Hägerstrand. Una aplicación a la ganadería del Pirineo Catalán», *Documents d'Analisi Geographica*, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona.
- WEBBER, M., y JOSEPH, A. E. (1978): «Spatial diffusion processes 1», *Environment and Planning*, n. 10, pp. 651-665.
- WEBBER, N. y JOSEPH, A. E. (1979): «Spatial diffusion proceses 2», *Environment and Planning*, n. 11, pp. 335-347.
- WILSON, A. G., y BENNETT, R. J. (1985): *Mathematical models in Human Geography and Planning*, Wiley, Chistester.
- YUILL, R. (1964): *A simulation of barrier effects in spatial diffusion*, Northwestern University.

